Université Paris Dauphine **2015-2016**
DE MI2E
Algèbre linéaire 3

Contrôle Continu

Lundi 23 Novembre 11h-12h

Exercice 1. (Barème indicatif : 4 points)
Déterminer la matrice dans la base canonique orthonormée de $\mathbf{R}^3$ de la projection orthogonale sur la droite d'équations $2x = 3y = 6z$.

Exercice 2. (Barème indicatif : 4 points)
Soient a et b deux nombres réels et $\beta : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par :

$$\beta((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = 2x_1y_1 + a\,x_1y_2 + x_2y_1 + b\,x_2y_2.$$

Donnez, lorsqu'il y en a, les valeurs de a et b pour lesquelles β est
- a) symétrique,
- b) positive,
- c) définie,
- d) un produit scalaire.

Exercice 3. (Barème indicatif : 4 points)
Donner la définition du groupe orthogonal $O(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$.
Montrer que

$$\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix} \in O(2).$$

Exercice 4. (Barème indicatif : 8 points)
Soit la forme quadratique

$$Q(X, Y, Z) = X^2 + 4Y^2 + 3Z^2 - 2XY - 2XZ - 2YZ.$$

a) - Quelle est la matrice A de Q dans la base canonique de $\mathbf{R}^3$?

b) - Effectuer la réduction de Gauss de Q.