Université Paris Dauphine,
L3, Année 2011-2012
G. Vigeral

Théorie des Jeux

Feuille d'exercices 2 : Jeux à somme nulle en stratégies mixtes.

1. Soit a, b, c et d des réels tels que a et d sont tous deux strictement supérieurs à b et c. Donner la valeur et les stratégies optimales du jeu matriciel $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

2. Trouver la valeur du jeu matriciel suivant $G = \text{diag}\,(a_1, \ldots, a_n)$ où $a_1, ..., a_n > 0$, et donner un couple de stratégies optimales.

3. Soit un jeu matriciel tel que $A = B$ et $G = -G^t$. Le jeu Γ est dit symétrique. Montrer que la valeur du jeu est nulle.

4. Résoudre le jeu matriciel $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 9 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Résoudre le jeu matriciel $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Résoudre le jeu matriciel $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

7.

1. Modéliser et résoudre le jeu Pierre Feuille Ciseaux.
2. Même question pour le jeu Pierre Feuille Ciseaux Puits.

8. Dans le duel silencieux (voir feuille 1), vérifier que la stratégie mixte de support $[\frac{1}{3}, 1]$ et de densité $\frac{dt}{4t^3}$ garantit un paiement 0 au joueur 1, et en déduire la valeur du jeu en stratégie mixte.

9. Soit $A = B =]0, 1]$ et g défini par

$$g(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{si } a = b \\ -\frac{1}{a^2} \text{ si } a > b \\ \frac{1}{b^2} \text{ si } a < b \end{cases}$$

1. Montrer que pour tout $b \in]0, 1]$, $\int_0^1 g(a, b)da = 1$. De même montrer que pour tout $a \in]0, 1]$, $\int_0^1 g(a, b)db = -1$
2. Pour $x \in \Delta(A)$ et $y \in \Delta(B)$on définit de manière naturelle $g(x, b)$ et $g(a, y)$. Montrer que $\sup_{x\in\Delta(A)} \inf_{b\in B} g(x, b) > \inf_{y\in\Delta(B)} \sup_{a\in A} g(a, y)$. Commenter.
3. Peut on définir l'extension mixte $g(x, y)$?