Université Paris Dauphine,
L3, Année 2011-2012
G. Vigeral

Théorie des Jeux

Feuille d'exercices 7 : Jeux à information imparfaite.

1. Représenter le jeu Pierre Feuille Ciseaux comme un jeu à information imparfaite. Combien chaque joueur a t il de stratégies pures ?

2. Poker Simplifié

On considère le jeu à somme nulle suivant : il y a trois cartes, un Roi une Dame et un Valet. Chaque joueur mise 1 euro puis une carte est distribuée de façon équiprobable au Joueur 1 qui en prend secrètement connaissance. Il décide ensuite de checker ou de miser un deuxième euro. Le joueur 2 reçoit ensuite une des 2 cartes restantes de manière équiprobable. Si le joueur 1 avait checké, celui qui a la meilleure carte remporte le pot. Si le Joueur 1 avait misé, le joueur 2 décide soit de se coucher soit de miser lui aussi un deuxième euro. S'il se couche, le Joueur 1 gagne le pot. Sinon, le joueur qui a la plus forte carte gagne le pot.

1. Mettre le jeu sous forme extensive.
2. Combien chaque joueur a t il de stratégies ?
3. Sans écrire la matrice, expliquer pourquoi certaines stratégie sont faiblement dominées. Ecrire la matrice en ne laissant que les stratégies non dominées.
4. Déterminer la valeur du jeu initial et un couple de stratégies mixtes optimales. En déduire un couple de stratégies de comportement optimales.
5. Montrer qu'il y a unicité des stratégies mixtes optimales.

3. Un exemple où la "valeur de l'information "est négative

Considérons le jeu à deux joueurs suivant. La nature (ou un médiateur) tire une pièce à Pile ou Face de façon équiprobable. Aucun des joueurs n'observe le résultat du tirage. Le joueur 1 doit annoncer soit Pile, soit Face. Le joueur 2 entend l'annonce du joueur 1 puis annonce à son tour soit Pile, soit Face. Les joueurs observent finalement le résultat du tirage de la nature. Un joueur qui a annoncé un mauvais résultat (annonce de Pile alors que c'est Face, ou vice-versa) a un paiement de 0. Un joueur qui a annoncé le bon résultat reçoit un paiement de 2 si son adversaire a également annoncé le bon résultat, et de 6 sinon.

1. Mettre ce jeu sous forme extensive, puis sous forme normale [pour éviter les confusions essayez de donner des noms différents aux actions prises dans différents ensembles d'information ou par différents joueurs]. Quel est l'ensemble des paiement d'équilibres de Nash ?

2. On modifie la règle du jeu de la façon suivante : la pièce est montrée au joueur 1 (mais pas au joueur 2) avant qu'il annonce. Le joueur 2 le sait.
   Mêmes questions qu'en 1. Interprétation ?

4. Problème de Monty Hall

Lors d'un jeu télévisé, un candidat a le choix entre 3 portes (qu'on nommera X, Y, et Z). Derrière une de ces portes (choisie de manière équiprobable) se trouve une voiture et derrière les autres rien. Le candidat ne sait pas où est la voiture, par contre l'animateur du jeu le sait. Le joueur doit désigner une porte, puis l'animateur en choisit une autre, derrière laquelle la voiture n'est pas (il en existe au moins une), et l'ouvre. Le candidat peut alors choisir d'ouvrir la porte qu'il a initialement désignée, ou peut changer d'avis et désigner l'autre porte encore fermée. Le but du candidat est de maximiser sa probabilité d'obtenir la voiture, tandis que l'animateur veut minimiser cette probabilité.

Pour simplifier on suppose que le candidat est obligé de désigner la porte X au départ (se persuader que ca ne change rien).

1. Modéliser ce jeu télévisé comme un jeu sous forme extensive, puis sous forme normale.
2. Calculer le maxmin et le minmax en stratégies pures de ce jeu. Le jeu a-t-il une valeur en stratégies pures ? Quelles sont les stratégies optimales ?