

**CYCLE**

ANNÉE : ..... SESSION : .....

MATIÈRE : .....

UV = .....

Le candidat inscrit ici très lisiblement ses

Nom : .....

Prénoms : .....

N° GROUPE : .....

Numéro de convocation : .....

*Il est interdit aussi bien de signer à la fin de la composition que d'indiquer son nom ou son numéro sur les feuilles intercalaires.*

N° de groupe : \_\_\_\_\_  
 Nombre d'intercalaires : \_\_\_\_\_

	Note	Signature	Note finale	APPRÉCIATIONS EXPLIQUANT LA NOTE
1 <sup>er</sup> correcteur				
2 <sup>e</sup> correcteur				

Ne pas écrire dans cette marge

Sujet : \_\_\_\_\_

**Exercice 1**

		G	D
1) A	3	3	3
B	0	0	6
C	1	2	4

2) C strictement dominée par  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$

3) On regarde sur l'arbre, sachant que  $p(C) = 0$ .  
 \* Si  $p(B) > 0$  alors la rationalité séquentielle dans l'ens d'info de  $I_2$  implique que  $I_2$  joue D et donc

$J_1$  joue  $B \rightarrow (B, D) \text{ E.N.}$

\* Si  $p(B) = 0$  la seule contrainte est que  $J_1$  ne doit pas avoir de déviation profitable :

$$3 \geq 6p(D) \quad \text{et} \quad 2 \geq 6p(B)$$

c'est à dire  $p(D) \leq \frac{1}{2}$ .

Donc  $(A, pD + (1-p)G) \text{ E.N. pour } p \leq \frac{1}{2}$ .

4) Toutes les stratégies de  $J_2$  sont séquentiellement rationnelles en par rapport à la croyance

$$\frac{1}{2} z_1 + \frac{1}{2} z_2.$$

Donc tous les  $(A, pD + (1-p)G) \quad p \leq \frac{1}{2}$   
sont EBP.

Et  $(B, D)$  est aussi EBP puisque tous les ens d'infos sont atteints avec proba  $> 0$

## Exo 2

1) Il suffit de vérifier que le paiement est de 6 quelque soit la déviation en pure

2) a) le paiement est de  $(10; 8)$  à chaque étape donc de  $(10; 8)$  en moyenne

Rq: on pourrait trouver  $(10/\lambda, 8/\lambda)$  ou  $(10/(1-\lambda), 8/(1-\lambda))$  si on prenait d'autres def du paiement de  $\Gamma_1$

b) le paiement de  $J_1$  est clairement max avec cette stratégie et n'a jamais intérêt à devier.

Pour  $J_2$ , s'il devie à l'étape  $T$  il gagnera au max

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{T-1} 8\lambda(1-\lambda)^{t-1} + 10\lambda(1-\lambda)^{T-1} + \sum_{t=T+1}^{\infty} 6\lambda(1-\lambda)^{t-1} \\ &= 8(1 - (1-\lambda)^{T-1}) + 10\lambda(1-\lambda)^{T-1} + 6(1-\lambda)^T \\ &= 8 + (1-\lambda)^{T-1}(-8 + 10\lambda + 6 - 6\lambda) \\ &= 8 + (1-\lambda)^{T-1}(4\lambda - 2) \leq 8 \quad \text{ssi } \boxed{\lambda \leq \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

c)  $\lambda \leq \frac{1}{2}$  car on peut avec un Nash du jeu de base

3) (a) A la première étape 6 d'après 1).

A la deuxième,  $\frac{1}{3}$  une fois sur trois 6

- une fois sur trois on avait eu 8 à la première étape et on a encore 8

- une fois sur trois on avait

10

10

Donc en moyenne 8 à la 2<sup>ème</sup> étape et donc  
 $\frac{6+8}{2} = 7$  en moyenne sur les 2 étapes

b) Dévier à la première étape ne change rien.

• Si paiement 0 à la 1<sup>ère</sup> étape, dévier à la seconde ne change rien non plus.

• Si paiement  $> 0$  à la 1<sup>ère</sup> étape (en jouant A' par ex. Alors les croyances sur ce que va faire J<sub>2</sub> sont  $\frac{1}{2} A^2 + \frac{1}{2} B^2$  donc paiement de 9 en jouant A' alors que paiement de 4 en jouant B' et de 5 en jouant C'

Exo 3

a) HG et BC

b) Indifférence  $\Rightarrow y^*(G) + 2y^*(D) = y^*(C) + 3y^*(D)$   
donc  $y^*(G) = y^*(C) + y^*(D) = 1 - y^*(G)$  et  $y^*(G) = \frac{1}{2}$

c)  $y^*(C) > 0$  implique par indifférence de J<sub>2</sub> que  $3p = 3(1-p)$  et  $p = \frac{1}{2}$ .

Mais alors  ~~$g^2(p, C) = 3/2 < 2 = g^2(p, D)$~~   
D déviation profitable contradictoire.

d)  $y^*(C) = 0$  donc  $y^*(D) = \frac{1}{2} > 0$ . Indifférence  
 $\Rightarrow 3p = 2$  et  $p = \frac{2}{3}$ . C'est bien un é.N  
de paiement  $(\frac{3}{2}, 2)$ .

**CYCLE**

ANNÉE : ..... SESSION : .....

MATIÈRE : .....

UV = .....

Le candidat inscrit ici très lisiblement ses

Nom : .....

Prénoms : .....

N° GROUPE : .....

Numéro de convocation : .....

*Il est interdit aussi bien de signer à la fin de la composition que d'indiquer son nom ou son numéro sur les feuilles intercalaires.*

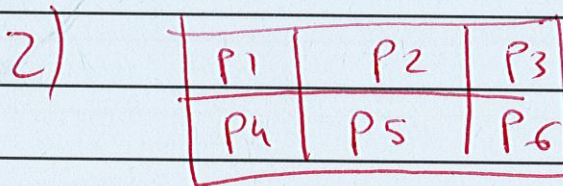
N° de groupe : .....

Nombre d'intercalaires : .....

	Note	Signature	Note finale	APPRÉCIATIONS EXPLIQUANT LA NOTE
1 <sup>er</sup> correcteur				
2 <sup>e</sup> correcteur				

Ne pas écrire dans cette marge

Sujet : .....



$$p_i \geq 0, \quad \sum p_i = 1$$

$$p_1 + 2p_3 \geq p_2 + 3p_3$$

$$p_5 + 3p_6 \geq p_4 + 2p_6$$

$$3p_1 \geq 3p_4$$

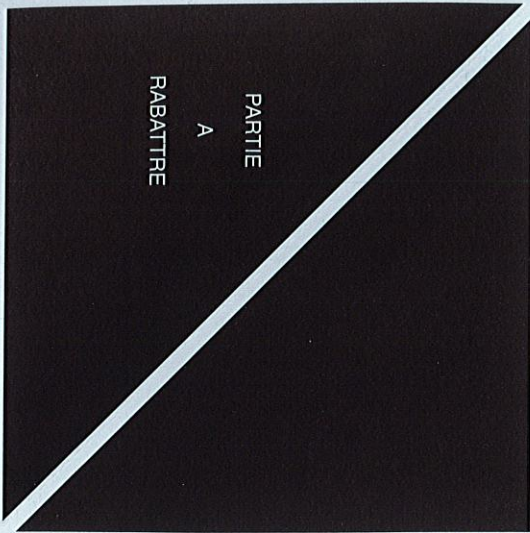
$$3p_1 \geq 2p_1 + 2p_4$$

$$3p_5 \geq 3p_2$$

$$3p_5 \geq 2p_2 + 2p_5$$

$$2p_3 + 2p_6 \geq 3p_3$$

$$2p_3 + 2p_6 \geq 3p_6$$



b) Par exemple  $p_1 = p_3 = p_6 = 1/3$