

Feuille de Travaux Dirigés 1

Intégrales doubles

Calculer les intégrales $\int \int_D f(x, y) dx dy$ dans les cas suivants :

1 $f(x, y) = 1/(x + y + 1)^2$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

2 $f(x, y) = \sin(x + y)$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2\}$.

3 $f(x, y) = x^2 + y^2$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.

4 $f(x, y) = 2^x 4^y$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

5 $f(x, y) = \exp(-y)/(2\sqrt{x})$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y > 0, x \leq y^2\}$.

6 $f(x, y) = 1/(2x)$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 < y < x, 0 < y < 1/x\}$.

7 $f(x, y) = 1/\sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$

Utiliser le passage en coordonnées polaires.

8 $f(x, y) = y^2/(x^2 + y^2 + 1)$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$.

9 $f(x, y) = (x + y)^2 \exp(x^2 - y^2)$ et
 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

Utiliser le changement de variable $u = x + y$ et $v = x - y$.

10 $f(x, y) = y \exp(-xy)$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.
On demande ici de calculer l'intégrale de deux façons différentes (intégrer d'abord en x puis en y ; faire ensuite le contraire).