

Interrogation (2) du 21 mars 2002

Soient X_1, X_2, X_3 des variables exponentielles $\mathcal{Exp}(1)$, de densité $\exp(-x)$ sur \mathbb{R}^+ , et indépendantes.

1. Donner la loi jointe du couple

$$(Y_1, Y_2) = (X_1 - X_2, X_1 + X_2 + X_3)$$

2. En déduire la loi marginale de Y_2 .
3. Calculer $\text{Cov}(Y_1, Y_2)$. Pouvez-vous en déduire que Y_1 et Y_2 sont indépendants?
4. Y_1 et Y_2 sont ils indépendants ?
5. Donner la densité de la loi de $Z = Y_1/Y_2$.
6. Calculer $\mathbb{E}[Z]$ et $\text{Cov}(Z, Y_1)$.