

Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne

Nicolas Forcadel

ENPC, CERMICS

Séminaire du LMRS

15 mars 2007

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

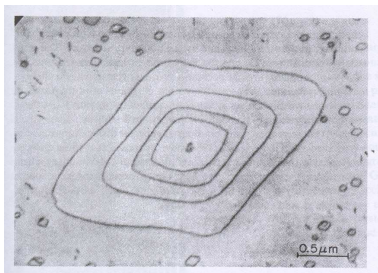
Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

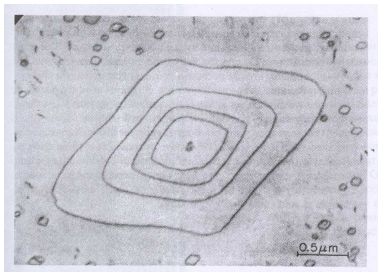
Observation des dislocations



Définition : Une dislocation est une ligne de défauts linéaire dans un cristal.

But : Modélisation du comportement plastique des cristaux.

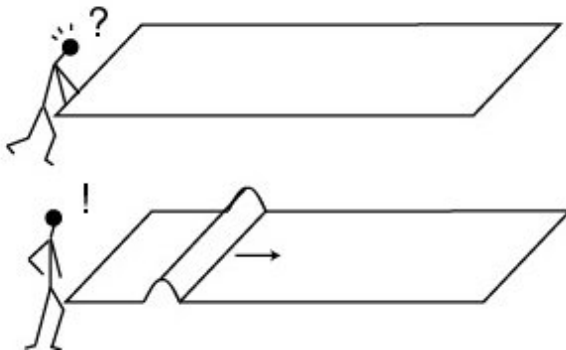
Observation des dislocations



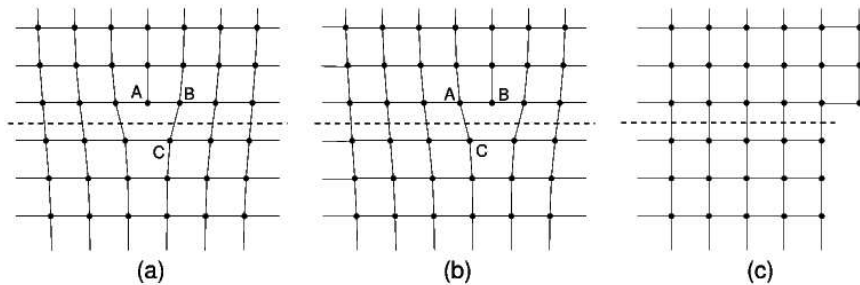
Définition : Une dislocation est une ligne de défauts linéaire dans un cristal.

But : Modélisation du comportement plastique des cristaux.

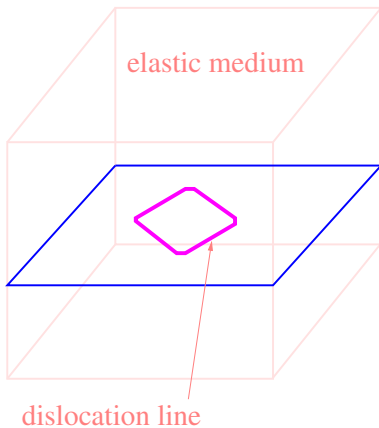
Un exemple simple



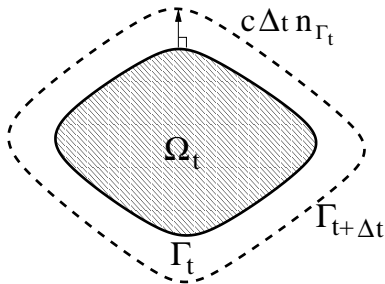
Déplacement d'une dislocation



Modèle continue 3D

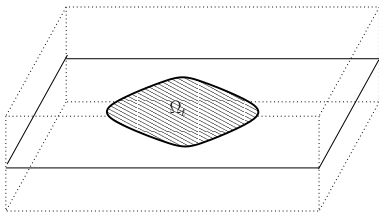


Dynamique d'une dislocation



$$\frac{d\Gamma_t}{dt} = c n_{\Gamma_t} \quad \text{avec} \quad c = c(\Gamma_t)$$

Modélisation d'une dislocation



$$\rho(t, x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_1, x_2) \in \Omega_t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Modélisation d'une dislocation

- Vitesse non-locale :

$$\frac{d\Gamma_t}{dt} = c n_{\Gamma_t} \quad \text{avec} \quad c = \bar{c}_0 \star \rho$$

où \bar{c}_0 est un noyau de convolution qui vérifie:

$$\int_{\mathbb{R}^2} \bar{c}_0 = 0, \quad \bar{c}_0(-x) = \bar{c}_0(x).$$

- Equation Level Set :

$$u_t = (\bar{c}_0 \star 1_{\{u>0\}}) |Du|$$

Modélisation d'une dislocation

- Vitesse non-locale :

$$\frac{d\Gamma_t}{dt} = c n_{\Gamma_t} \quad \text{avec} \quad c = \bar{c}_0 \star \rho$$

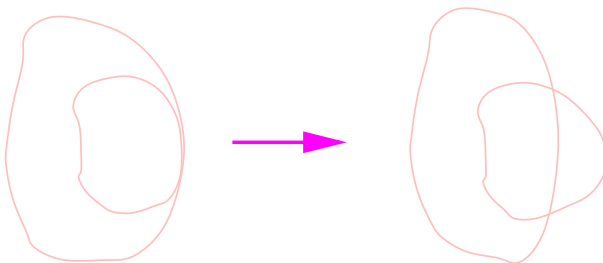
où \bar{c}_0 est un noyau de convolution qui vérifie:

$$\int_{\mathbb{R}^2} \bar{c}_0 = 0, \quad \bar{c}_0(-x) = \bar{c}_0(x).$$

- Equation Level Set :

$$u_t = (\bar{c}_0 \star 1_{\{u>0\}}) |Du|$$

Pas de principe d'inclusion



Résultat pour la dynamique des dislocations

- Temps court : [Alvarez, Hoch, Le Bouar, Monneau], [Forcadel], [Forcadel, Monteillet]
- Temps long : [Alvarez, Cardaliaguet, Monneau], [Barles, Ley], [Barles, Cardaliaguet, Ley, Monneau], [Forcadel, Monteillet]
- Schéma numérique : [Alvarez, Carlini, Monneau, Rouy], [Carlini, Falcone, Forcadel, Monneau]
- Homogénéisation : [Ghorbel, Hoch, Monneau], [Imbert, Monneau, Rouy], [Forcadel, Imbert, Monneau]

Résultat pour la dynamique des dislocations

- Temps court : [Alvarez, Hoch, Le Bouar, Monneau], [Forcadel], [Forcadel, Monteillet]
- Temps long : [Alvarez, Cardaliaguet, Monneau], [Barles, Ley], [Barles, Cardaliaguet, Ley, Monneau], [Forcadel, Monteillet]
- Schéma numérique : [Alvarez, Carlini, Monneau, Rouy], [Carlini, Falcone, Forcadel, Monneau]
- Homogénéisation : [Ghorbel, Hoch, Monneau], [Imbert, Monneau, Rouy], [Forcadel, Imbert, Monneau]

Résultat pour la dynamique des dislocations

- Temps court : [Alvarez, Hoch, Le Bouar, Monneau], [Forcadel], [Forcadel, Monteillet]
- Temps long : [Alvarez, Cardaliaguet, Monneau], [Barles, Ley], [Barles, Cardaliaguet, Ley, Monneau], [Forcadel, Monteillet]
- Schéma numérique : [Alvarez, Carlini, Monneau, Rouy], [Carlini, Falcone, Forcadel, Monneau]
- Homogénéisation : [Ghorbel, Hoch, Monneau], [Imbert, Monneau, Rouy], [Forcadel, Imbert, Monneau]

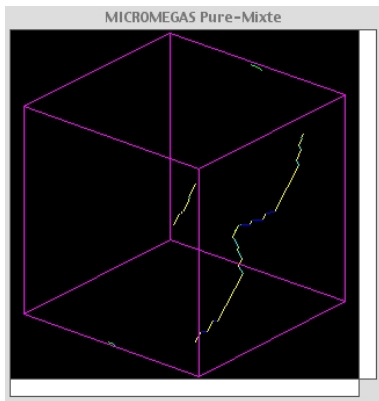
Résultat pour la dynamique des dislocations

- Temps court : [Alvarez, Hoch, Le Bouar, Monneau], [Forcadel], [Forcadel, Monteillet]
- Temps long : [Alvarez, Cardaliaguet, Monneau], [Barles, Ley], [Barles, Cardaliaguet, Ley, Monneau], [Forcadel, Monteillet]
- Schéma numérique : [Alvarez, Carlini, Monneau, Rouy], [Carlini, Falcone, Forcadel, Monneau]
- Homogénéisation : [Ghorbel, Hoch, Monneau], [Imbert, Monneau, Rouy], [Forcadel, Imbert, Monneau]

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Modélisation d'une dislocation



Noyau particulier

- Hypothèse : la partie négative de \bar{c}_0 est concentrée en un point, *i.e.*

$$\bar{c}_0 = c_0 - \left(\int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) \delta_0$$

- Formellement,

$$c = c_0 \star \rho - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0$$

- Noyau Particulier :

$$c_0 \in L^\infty(\mathbb{R}^n), \quad \begin{cases} c_0(x) = \frac{1}{|x|^{n+1}} g\left(\frac{x}{|x|}\right) & \text{if } |x| > 1 \\ c_0(-x) = c_0(x) \end{cases}$$

Noyau particulier

- Hypothèse : la partie négative de \bar{c}_0 est concentrée en un point, *i.e.*

$$\bar{c}_0 = c_0 - \left(\int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) \delta_0$$

- Formellement,

$$c = c_0 \star \rho - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0$$

- Noyau Particulier :

$$c_0 \in L^\infty(\mathbb{R}^n), \quad \begin{cases} c_0(x) = \frac{1}{|x|^{n+1}} g\left(\frac{x}{|x|}\right) & \text{if } |x| > 1 \\ c_0(-x) = c_0(x) \end{cases}$$

Noyau particulier

- Hypothèse : la partie négative de \bar{c}_0 est concentrée en un point, *i.e.*

$$\bar{c}_0 = c_0 - \left(\int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) \delta_0$$

- Formellement,

$$c = c_0 \star \rho - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0$$

- Noyau Particulier :

$$c_0 \in L^\infty(\mathbb{R}^n), \quad \begin{cases} c_0(x) = \frac{1}{|x|^{n+1}} g\left(\frac{x}{|x|}\right) & \text{if } |x| > 1 \\ c_0(-x) = c_0(x) \end{cases}$$

Rescaling

- Pour $\varepsilon > 0$, on définit

$$\rho^\varepsilon(x, t) = \rho\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}\right)$$

- Cela implique, par changement de variable:

$$\rho_t^\varepsilon = \left((c_0^\varepsilon \star \rho^\varepsilon)(x) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |D\rho^\varepsilon|$$

avec

$$c_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$$

Rescaling

- Pour $\varepsilon > 0$, on définit

$$\rho^\varepsilon(x, t) = \rho\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}\right)$$

- Cela implique, par changement de variable:

$$\rho_t^\varepsilon = \left((c_0^\varepsilon \star \rho^\varepsilon)(x) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |D\rho^\varepsilon|$$

avec

$$c_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$$

Rescaling

- Pour $\varepsilon > 0$, on définit

$$\rho^\varepsilon(x, t) = \rho\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}\right)$$

- Cela implique, par changement de variable:

$$\rho_t^\varepsilon = \left((c_0^\varepsilon \star \rho^\varepsilon)(x) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |D\rho^\varepsilon|$$

avec

$$c_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$$

Formulation Slepčev

- On considère les solutions u^ε de :

$$\begin{cases} u_t^\varepsilon(x, t) = \left((c_0^\varepsilon \star 1_{\{u^\varepsilon(\cdot, t) > u^\varepsilon(x, t)\}}) (x) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |Du^\varepsilon| \\ u^\varepsilon(\cdot, 0) = u_0(\cdot) \end{cases}$$

Définition des solutions

Définition (Slepčev)

- u^ε est une sous-solution si pour Φ fonction test :

$$\Phi_t \leq \left((c_0^\varepsilon \star 1_{\{u^\varepsilon(\cdot, t_0) \geq u^\varepsilon(x_0, t_0)\}}) (x_0) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |D\Phi|$$

- u^ε est une sur-solution si pour Φ fonction test :

$$\Phi_t \geq \left((c_0^\varepsilon \star 1_{\{u^\varepsilon(\cdot, t_0) > u^\varepsilon(x_0, t_0)\}}) (x_0) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0^\varepsilon \right) |D\Phi|.$$

Existence et unicité

Théorème (Da Lio, F., Monneau)

Sous certaines hypothèses de régularité, il existe une unique solution u^ε .

Convergence vers MCM anisotropique

Théorème (Da Lio, F., Monneau)

Sous certaines hypothèses de régularité, quand $\varepsilon \rightarrow 0$, u^ε converge uniformément sur les compacts vers u^0 , l'unique solution du problème limite :

$$\begin{cases} u_t^0 + F(D^2u^0, Du^0) = 0 \\ u^0(\cdot, 0) = u_0 \end{cases}$$

avec

$$F(M, p) = -\text{trace} \left(MA \left(\frac{p}{|p|} \right) \right)$$

$$A \left(\frac{p}{|p|} \right) = \int_{\theta \in \mathbf{S}^{n-1} \cap \{p^\perp\}} \frac{1}{2} g(\theta) \theta \otimes \theta d\theta$$

Résultats similaires

- Garroni, Muller (Gamma convergence, pb stationnaire)
- Algorithme de Merriman, Bence, Osher
- [Evans], [Barles, Georgelin], [Ishii], [Ishii, Pires, Souganidis], [Chambolle, Novaga]

Estimation d'erreur

Nous avons également l'estimation d'erreur suivante :

Théorème (F.)

Sous certaines hypothèses de régularité, nous avons l'estimation d'erreur suivante entre u^ε et u^0 , pour $T \leq 1$:

$$|u^\varepsilon - u^0| \leq C \left(\frac{T}{|\ln \varepsilon|} \right)^{\frac{1}{6}}.$$

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Définition

Définition

Soit $g \in C^0(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$, $g(\lambda p) = \frac{g(p)}{|\lambda|^{n+1}}$. On définit :

$$\langle L_g, \varphi \rangle = \int_{\mathbb{R}^n} dx \frac{g\left(\frac{x}{|x|}\right)}{|x|^{n+1}} (\varphi(x) - \varphi(0) - x \cdot D\varphi(0) 1_{B_1(0)}(x))$$

Identification du MCM limite

Théorème (Da Lio, F., Monneau)

- Si u est régulier alors

$$\int_{\theta \in \mathbf{S}^{n-1} \cap \{p^\perp\}} \frac{1}{2} g(\theta) \theta \otimes \theta d\theta = D^2 G \left(\frac{p}{|p|} \right)$$

et

$$F(D^2 u, Du) = -\operatorname{div} \left(\nabla G \left(\frac{Du}{|Du|} \right) \right) |Du|$$

avec

$$G := -\frac{1}{2\pi} \hat{L}_g.$$

Identification du MCM limite

Théorème (Da Lio, F., Monneau)

- Si u est régulier alors

$$\int_{\theta \in \mathbf{S}^{n-1} \cap \{p^\perp\}} \frac{1}{2} g(\theta) \theta \otimes \theta d\theta = D^2 G \left(\frac{p}{|p|} \right)$$

et

$$F(D^2 u, Du) = -\operatorname{div} \left(\nabla G \left(\frac{Du}{|Du|} \right) \right) |Du|$$

avec

$$G := -\frac{1}{2\pi} \hat{L}_g.$$

Autres propriétés

Théorème (Da Lio, F., Monneau)

- $n = 2$: $g \geq 0 \iff G$ convexe
- $n \geq 3$: $\exists G$ convexe et $g \not\geq 0$

Autres propriétés

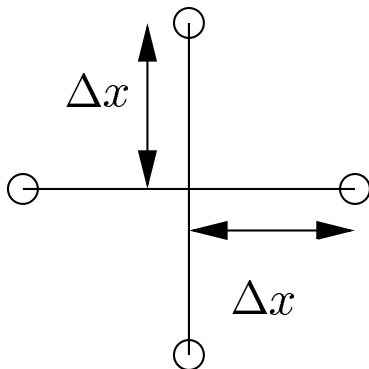
Théorème (Da Lio, F., Monneau)

- $n = 2$: $g \geq 0 \iff G$ convexe
- $n \geq 3$: $\exists G$ convexe et $g \not\geq 0$

Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Discrétisation



Schéma

$$\tilde{c}_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0 \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)$$

- Equation : $u_t(x, t) = \left(c[u](x, t) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) |Du|$

- Schéma : $\frac{v_I^{n+1} - v_I^n}{\Delta t} = \left(c_I^{n+1}[v] - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) |Dv|_I^{n+1}$

- Vitesse non-locale : $c[u](x, t) = (c_0 \star 1_{\{u(\cdot, t) > u(x, t)\}})(x)$

- Vitesse non-locale : $c_I^{n+1}[v] = \sum_{J \in \mathbb{Z}^N} \tilde{c}_{I-J}^0 1_{\{v_J^{n+1} > v_I^{n+1}\}} (\Delta x)^N$

Schéma

$$\bar{c}_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0 \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)$$

- Equation : $u_t(x, t) = \left(c[u](x, t) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) |Du|$
- Schéma : $\frac{v_I^{n+1} - v_I^n}{\Delta t} = \left(c_I^{n+1}[v] - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) “|Dv|_I^{n+1}”$
- Vitesse non-locale : $c[u](x, t) = (c_0 \star 1_{\{u(\cdot, t) > u(x, t)\}})(x)$
- Vitesse non-locale : $c_I^{n+1}[v] = \sum_{J \in \mathbb{Z}^N} \bar{c}_{I-J}^0 1_{\{v_J^{n+1} > v_I^{n+1}\}} (\Delta x)^N$

Schéma

$$\bar{c}_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0 \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)$$

- Equation : $u_t(x, t) = \left(c[u](x, t) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) |Du|$
- Schéma : $\frac{v_I^{n+1} - v_I^n}{\Delta t} = \left(c_I^{n+1}[v] - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) “|Dv|_I^{n+1}”$
- Vitesse non-locale : $c[u](x, t) = (c_0 \star 1_{\{u(\cdot, t) > u(x, t)\}})(x)$
- Vitesse non-locale : $c_I^{n+1}[v] = \sum_{J \in \mathbb{Z}^N} \bar{c}_{I-J}^0 1_{\{v_J^{n+1} > v_I^{n+1}\}} (\Delta x)^N$

Schéma

$$\bar{c}_0^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^{n+1} |\ln \varepsilon|} c_0 \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)$$

- Equation : $u_t(x, t) = \left(c[u](x, t) - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) |Du|$
- Schéma : $\frac{v_I^{n+1} - v_I^n}{\Delta t} = \left(c_I^{n+1}[v] - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} c_0 \right) “|Dv|_I^{n+1}”$
- Vitesse non-locale : $c[u](x, t) = (c_0 \star 1_{\{u(\cdot, t) > u(x, t)\}})(x)$
- Vitesse non-locale : $c_I^{n+1}[v] = \sum_{J \in \mathbb{Z}^N} \bar{c}_{I-J}^0 1_{\{v_J^{n+1} > v_I^{n+1}\}} (\Delta x)^N$

Propriétés du schéma

Propriétés du schéma :

- Implicite, (mais calculable) \Rightarrow pas de condition CFL
- Formulation Slepçev discrète
- Quasi-monotone

Propriétés du schéma

Propriétés du schéma :

- Implicite, (mais calculable) \Rightarrow pas de condition CFL
- Formulation Slepçev discrète
- Quasi-monotone

Propriétés du schéma

Propriétés du schéma :

- Implicite, (mais calculable) \Rightarrow pas de condition CFL
- Formulation Slepçev discrète
- Quasi-monotone

Estimation d'erreur discret-continue

Théorème (F.)

Sous certaines hypothèses de régularité, on a l'estimation d'erreur suivante entre la solution continue u de l'équation de la dynamique des dislocations (avec c_0) et son approximation numérique v :

$$\sup_{\mathbb{R}^N \times (0, T)} |u - v| \leq K \sqrt{T} (\Delta x + \Delta t)^{1/2}$$

$$\text{si } \Delta x + \Delta t \leq \frac{1}{K^2}.$$

Rescaling

$$u^\varepsilon(x, t) = \varepsilon u\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}\right)$$

$$\begin{aligned} |u^\varepsilon - v^\varepsilon| &\leq K \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{|\ln \varepsilon|}} \sqrt{\frac{\Delta x}{\varepsilon} + \frac{\Delta t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}} \\ &\leq K \frac{\sqrt{T}}{\varepsilon |\ln \varepsilon|} \sqrt{\varepsilon \Delta x + \Delta t} \end{aligned}$$

Rescaling

$$u^\varepsilon(x, t) = \varepsilon u\left(\frac{x}{\varepsilon}, \frac{t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}\right)$$

$$\begin{aligned} |u^\varepsilon - v^\varepsilon| &\leq K \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{|\ln \varepsilon|}} \sqrt{\frac{\Delta x}{\varepsilon} + \frac{\Delta t}{\varepsilon^2 |\ln \varepsilon|}} \\ &\leq K \frac{\sqrt{T}}{\varepsilon |\ln \varepsilon|} \sqrt{\varepsilon \Delta x + \Delta t} \end{aligned}$$

Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne

- En utilisant les résultats précédents, on a, pour $T \leq 1$:

$$\begin{aligned} |u^0 - v^\varepsilon| &\leq |u^0 - u^\varepsilon| + |u^\varepsilon - v^\varepsilon| \\ &\leq C \left(\frac{T}{|\ln \varepsilon|} \right)^{\frac{1}{6}} + \frac{K}{\varepsilon |\ln \varepsilon|} \sqrt{T} \sqrt{\varepsilon \Delta x + \Delta t} \\ &\leq C \left(\frac{T}{|\ln \varepsilon|} \right)^{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

pour $\varepsilon \sim K(\Delta x + \sqrt{\Delta t})$.

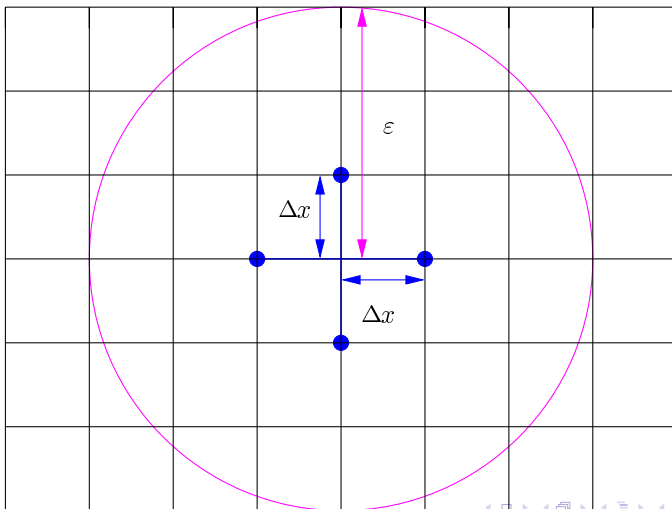
Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne

Théorème (F.)

Soit $T \leq 1$. Sous certaines hypothèses de régularité, on a l'estimation d'erreur suivante entre la solution continue u^0 du mouvement par courbure moyenne et son approximation numérique v^ε :

$$\sup_{\mathbb{R}^N \times (0, T)} |u^0 - v^\varepsilon| \leq C \left(\frac{T}{|\ln(\varepsilon)|} \right)^{\frac{1}{6}} \quad \text{où } \varepsilon \sim K(\Delta x + \sqrt{\Delta t})$$

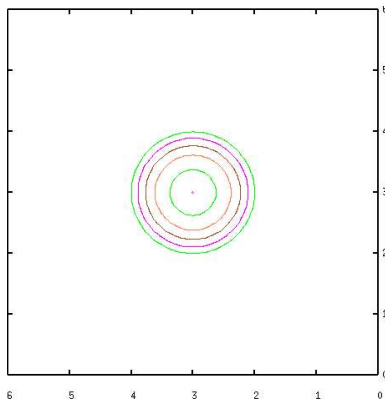
Discrétisation



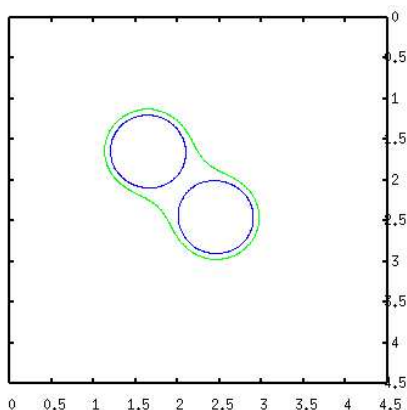
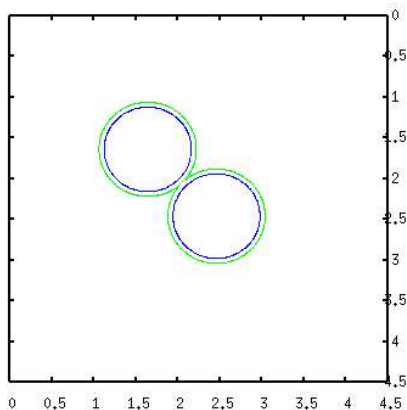
Références

- [Crandall, Lions], [Oberman]
- Algorithm of [Merriman, Bence, Osher]
- [Evans], [Barles, Georgelin], [Ishii], [Ishii, Pires, Souganidis], [Chambolle, Novaga]

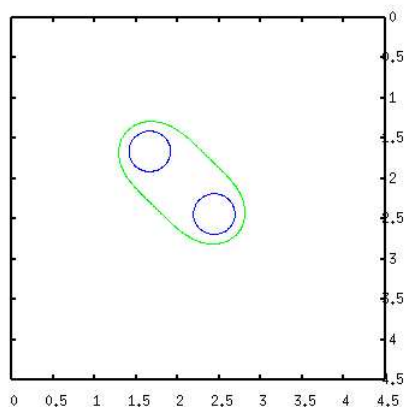
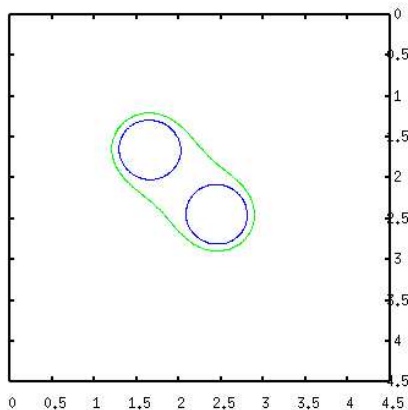
Evolution d'un cercle



Fattening



Fattening



Plan

- 1 Motivations physiques
- 2 Convergence de la dynamique des dislocations vers le mouvement par courbure moyenne
- 3 Origine variationnelle du mouvement par courbure moyenne anisotrope
- 4 Schéma numérique
 - Schéma numérique pour la dynamique des dislocations
 - Schéma numérique pour le mouvement par courbure moyenne
 - Simulations
- 5 Perspectives

Perspectives

- Schéma de type Fast Marching pour la courbure moyenne
- Estimation d'erreur pour des schémas généraux pour les équations du second ordre dégénérées

Références

- O.Alvarez, P.Hoch, Y.Le Bouar, R. Monneau, *Dislocation dynamics: short time existence and uniqueness of the solution*, Archive for Rational Mechanics and Analysis 181 (3), (2006), 449-504.
- F. Da Lio, N. Forcadel, R. Monneau, *Convergence of a non-local eikonal equation to anisotropic mean curvature motion. Application to dislocations dynamics*, accepté au Journal of the European Mathematical Society.
- N. Forcadel, *An error estimate for a new scheme for mean curvature motion*, soumis à SIAM Journal of Numerical Analysis.