

Le dilemme du prisonnier

Deux prisonniers sont interrogés séparément par un officier de justice. Arrêtés pour un petit délit pour lequel ils risquent une année de prison, ils sont également soupçonnés d'être les auteurs d'un délit bien plus important pour lequel ils risquent dix ans de prison. Les policiers n'ont cependant aucune preuve quant à ce deuxième délit. Chacun d'entre eux se voit une remise de peine de un an ou se taire. Ainsi, s'ils se taisent tous les deux, ils seront condamnés pour le petit délit à un an chacun. Si l'un des deux seulement témoigne contre son camarade il sera gracié, et son camarade sera condamné à dix ans de prison.

Confrontés à ce choix et sans possibilité de communiquer l'un avec l'autre, nos deux complices se retrouvent confrontés à une situation que la théorie des jeux a stigmatisée sous le nom de « dilemme du prisonnier ». Plus généralement, il s'agit d'une situation où chaque individu a à choisir entre une stratégie pacifique (ici, ne pas dénoncer) et une stratégie agressive (dénoncer) où la paix est préférable à la guerre ouverte mais où une attaque surprise (ici, dénoncer sans être dénoncé) est payante.

Chacun des prisonniers peut alors faire le raisonnement suivant: soit l'autre ne me dénonce pas soit il me dénonce. S'il ne me dénonce pas, j'ai intérêt à le dénoncer et je serais alors libre. S'il me dénonce, j'ai intérêt à le dénoncer aussi pour avoir une remise de peine et être condamné à neuf ans au lieu de dix. Ainsi, chacun a intérêt à dénoncer l'autre. C'est ce que l'on appelle un équilibre en stratégies dominantes. On se retrouve alors dans la situation où chacun des prisonniers est condamné est à neuf ans de prison, alors que si chacun s'était abstenu de dénoncer l'autre, ils n'auraient été condamnés qu'à un an de prison.

Ainsi, dans une situation où l'un des deux prisonniers n'est pas assuré des intentions pacifiques de l'autre, il a intérêt au nom de l'intérêt individuel à opter pour une stratégie agressive alors même que l'intérêt collectif recommande de tout faire pour aboutir à la paix. Bien sûr dira-t-on, cette situation est le résultat de ce que nous avons exclu les possibilités de négociation dans cette petite histoire puisque les décisions sont prises séparément et sans communiquer. Il n'en est rien! Supposons que nos deux prisonniers puissent discuter et mettre au point leur stratégie en commun, il est clair qu'ils aboutiront à la position pacifique. Mais une fois devant le juge, le dernier à parler a intérêt à dénoncer l'autre puisqu'il est alors assuré de l'impunité. Sachant cela et sûr donc d'être dénoncé par son camarade, le premier à parler a également intérêt à le dénoncer et l'on en revient à la situation où la stratégie agressive l'emporte sur la stratégie pacifique.

On peut objecter que " fort heureusement, la réalité n'est pas conforme aux conclusions de cette histoire et que la guerre ne l'emporte pas toujours sur la paix mais nous verrons plus tard que la réalité fait intervenir d'autres éléments qu'il est également possible de prendre en compte dans la théorie: le bluff, la menace, la rétorsion...

Mais par delà cette histoire, qu'est ce que la théorie des jeux exactement?

Le terme de jeu est appliqué à toute situation dans laquelle des individus interagissent en vue d'une issue. Ainsi, lorsque vous conduisez une voiture dans un centre-ville embouteillé, vous jouez un jeu, lorsque à un croisement vous faites semblant de foncer en essayant d'intimider l'autre vous jouez un jeu, quand sur une route à deux voies, vous doublez obligeant celui qui arrive en face à descendre sur le bas côté vous jouez un jeu car vous ne savez pas si l'autre va être sensible à votre menace et si, à son tour il ne tentera pas de vous bluffer en vous laissant croire qu'il ne craint pas le choc, c'est peut-

être alors vous qui déciderez de vous rabattre, à moins qu'à ce petit jeu où il en va de la crédibilité de chacun l'issue ne soit tragique par excès d'assurance de part et d'autre. De même, lorsque vous participez à une vente aux enchères, vous jouez un jeu avec les autres acheteurs potentiels. Lorsque le supermarché décide du prix de vente d'un produit, il joue un jeu avec ses concurrents. L'avocat et le procureur jouent un jeu, Kennedy et Kroutchev, durant la crise des missiles de Cuba, ont joué un jeu, plus proche de nous Bush et Saddam ont joué un jeu.

Si toutes ces situations sont des jeux, alors, sans nul doute, la théorie des jeux est-elle quelque chose d'important. Certains, vont même jusqu'à affirmer que tout est jeu et que les sciences sociales ne sont qu'une sous discipline de la théorie des jeux; Si tout est jeu, le théoricien des jeux n'a cependant pas réponse à tout et la théorie n'explique pas tout. Elle a cependant vocation à éclairer certains comportements, à dénouer certaines situations, à décomposer des problèmes complexes en sous-problèmes élémentaires. Elle suppose que les individus agissent rationnellement et s'il est vrai que cette hypothèse est trop forte, les décisions prises ne sont pas non plus, en général, trop irrationnelles. Par ailleurs et comme nous le verrons plus tard la théorie permet parfois d'expliquer le comportement d'animaux tels que les insectes dont il est difficile d'affirmer qu'ils agissent rationnellement. Il est en revanche possible de supposer que ceux d'entre eux qui agissent irrationnellement ont tendance à disparaître.

Par ailleurs, même si la rationalité de l'homme est parfois limitée, si on la conjugue avec le fait que nous sommes sans cesse confrontés à des situations de jeux et qu'en général nous avons la capacité de tirer des conséquences de nos expériences passées, - la rationalité peut s'imposer à nous comme résultat empirique de nos expériences et non comme volonté a priori. Ainsi, dans les divers exemples considérés, les résultats obtenus le sont par le calcul et sous une hypothèse de rationalité parfaite de tous les agents en cause. Ces solutions seront, en un certain sens telles, qu'elles ne peuvent être améliorées par aucun des joueurs en présence et l'on peut penser que si elles ne sont pas atteintes du premier coup, la répétition du même jeu entre les agents, ou de jeux similaires entre agents différents et l'observation de l'issue de ces jeux conduiront à des issues proches de celle prévues par la théorie.

Mais alors pourquoi une théorie puisque la pratique conduit au même résultat, tout simplement parce que sans les outils offerts par la théorie notre nature est mal armée face à des problèmes où le raisonnement est pris dans la théorie notre nature est mal armée face à des problèmes où le raisonnement est pris dans ce qui semble être autant de cercles vicieux. Ainsi, si mon choix, dépend de celui que je suppose à mon voisin et que son propre choix dépend de celui qu'il me suppose, ne voilà t-il pas que je me retrouve dans la situation de décider en fonction de ce que je suppose que mon voisin suppose de moi. Et pourquoi s'arrêter en si bon chemin, pourquoi ne pas tenir compte de ce que je suppose qu'il suppose que je suppose qu'il suppose de moi.

Parce que, les raisonnements ainsi développés sont excessivement complexes, il n'est pas étonnant que l'on aboutisse à des résultats totalement contre-intuitifs. La théorie des jeux conduit ainsi à un certain nombre de paradoxes apparents dont je voudrais vous citer quelques uns:

Est-il possible que dans un vote vous ayez intérêt à voter pour le candidat que nous aimez le moins?

Est-illogique de vendre sa maison aux enchères en retenant pour acquéreur le plus offrant tout en lui faisant payer le second prix?

Est-il rationnel qu'un général décide de trancher par un lancer de pièce de monnaie (pile ou face) entre le fait d'attaquer ou de ne pas attaquer?

Vous l'aurez deviné, pour toutes ces questions, c'est la réponse qui semble la moins naturelle qui est la bonne.

Mais enfin, si cela est aussi sérieux, pourquoi théorie des jeux, pourquoi cette dimension ludique. Tout simplement, parce que c'est dans des jeux comme le échecs, le bridge, le poker... que nous nous transformons en stratèges purs, que la morale perd ses droits ainsi que la pitié. C'est également pour cette raison que la théorie emprunte beaucoup de son vocabulaire à ces jeux. Le théoricien des jeux n'en est pas pour autant un être sans pitié, machiavélique à souhait, c'est tout simplement quelqu'un qui tente d'établir une distinction entre les problèmes pouvant être analysés d'un point de vue purement stratégique et ceux relevant de dimensions autres: morales, philosophiques, théologiques...

Un problème de vote ou de l'équilibre en stratégie dominante comportement sophistiqué

Puisque cela est d'actualité, supposons que la population française est constituée de trois catégories d'individu d'égale importance et qu'ils ont à choisir entre trois candidats D, C et G.

Les électeurs de la première catégorie préfèrent D, puis C puis G. Ceux de la deuxième catégorie préfèrent C puis G puis D. Ceux de la dernière catégorie enfin préfèrent G puis C puis D.

Supposons que l'on décide d'effectuer des primaires, ouvertes à l'ensemble de la population, entre C et D. Les électeurs de la deuxième et de la troisième catégorie voteront C. Ainsi C se retrouvera confronté à G au second tour et l'emportera sur lui.

Mais alors, les partisans de G n'auraient-ils pas eu intérêt à voter au premier tour pour D, pourtant à leurs yeux le pire candidat. Ce serait alors pour aboutir à un duel entre D et G au second tour et donc la victoire de G. Il est donc rationnel pour les partisans de G de voter pour celui qu'ils considèrent comme le pire candidat puisque de cette façon ils peuvent assurer la victoire définitive de leur candidat favori.

Mais l'histoire ne s'arrête pas là, car les partisans de D, anticipant ce comportement des partisans de G, ont alors intérêt à voter C, assurant alors à nouveau la victoire définitive de C puisque cette solution est préférable à leurs yeux à une victoire de G.

En fait, cet exemple permet de mettre en lumière la difficulté d'organiser des primaires. Si elles sont ouvertes à tous, elles deviennent hautement manipulables. Si l'on ajoute que chaque électeur s'arrêtera à un niveau donné du raisonnement précédent, rien ne sera plus aléatoire que le résultat de ces primaires.

Elargissons à présent le cercle à 6 candidats au premier tour. Il est clair que dans l'exemple illustré par le diagramme, le premier tour devrait voir la victoire de B et D et le second tour celle de D.

mais l'on se retrouve ici dans la situation typique du dilemme du prisonnier où aucune des deux forces en présence n'a intérêt à se ranger derrière l'autre mais où l'intérêt commun commande une telle solution puisque sans cela aucune de ces forces ne sera présente ou représentée au second tour:

Admettons donc que ceux que l'on appelle petits candidats n'ont aucune chance de

passer au second tour. Leurs électeurs n'ont-ils pas intérêt à reporter dès le premier tour leurs voix sur le candidat susceptible de passer au second tour le plus proche de leurs thèses? C'est effectivement ce genre de raisonnement qu'un grand candidat a intérêt à encourager en appelant à voter utile et que des petits candidats tentent de détruire en rappelant que le premier tour a une double fonction de sélection des candidats mais également d'expression d'opinions diverses que le second tour ne permet pas. C'est essentiellement pour cette dernière raison que tous les électeurs ne votent pas utile selon la terminologie consacrée. Ils n'en sont pas moins rationnels, mais ils sont peut-être plus attachés à transmettre des messages au futur président, quel qu'il soit, quant aux poids des forces en présences.

En fait, dans une pareille situation, un théorème dû à Nakamura, montre que les seules situations pour lesquelles le candidat élu est indépendant du choix du mode de scrutin sont celles où l'un des candidats est le candidat préféré d'une proportion de la population strictement supérieure à $1 - 1/N$ où N est le nombre total de candidat. Ainsi, pour deux candidats, seule la majorité absolue permet d'affirmer la non-manipulabilité de l'élection. Pour neuf candidats, il faudrait plus, de 88% des voix à un candidat pour pouvoir affirmer que son élection aurait eu lieu dans tout autre mode de scrutin.

Un problème d'enchères ou de la révélation des préférences

Considérons à présent le problème de la vente aux enchères. Supposons que vous ayez une maison à vendre et que vous décidiez d'organiser une adjudication sous pli fermé. Supposons, pour simplifier, que deux acheteurs potentiels sont en présence et que chacun d'entre eux attribue un prix subjectif à cette maison qu'il n'est pas disposé à dépasser dans ses offres. Supposons que pour chacun des deux acheteurs potentiels en présence le vendeur sait que le prix subjectif est soit de 3 millions, soit de 4 millions avec une probabilité de $1/2$ pour chacune de ces possibilités. Vous vous adressez à un commissaire-priseur qui vous conseille d'organiser une enchère au second prix, c'est à dire une enchère où le plus offrant l'emporte mais où il ne paye que le prix de la deuxième enchère. Le commissaire-priseur vous expliquera que l'intérêt de ce mode d'enchère est qu'il est parfaitement révélateur, c'est à dire que chaque enchérisseur a pour stratégie optimale d'afficher son prix subjectif.

En effet, si le premier acheteur pense que le second attribue une valeur moins importante que celle qu'il attribue lui-même à cette maison, il veut gagner cette enchère et a intérêt à annoncer son prix subjectif puisque dans tous les cas, s'il gagne il ne payera que le second prix. S'il pense que le second acheteur attribue une valeur plus importante que celle qu'il attribue lui-même à cette maison, il n'a pas non plus intérêt à annoncer autre chose que son prix subjectif. Ainsi, dire la vérité sur son prix subjectif est une stratégie dominante toutes les autres.

Vous comprenez les arguments de ce commissaire-priseur, mais ces conclusions vous laissent dubitatifs et vous n'arrivez pas à vous ôter de la tête qu'une telle enchère vous fait perdre de l'argent par rapport à une enchère classique au premier prix. Vous vous adressez alors à un second commissaire-priseur qui vous organise l'enchère que vous souhaitez.

En fait, dans ces deux formes d'enchère, vos espérances de gains sont les mêmes et sont de 3,25 millions. A la différence près que si la stratégie des enchérisseurs est simple dans le cas de l'enchère au second prix (dire la vérité), elle est beaucoup plus sophistiquée dans le cas de l'enchère au premier prix. En effet, si le prix subjectif d'un enchérisseur est de 4 millions, annoncer un prix entre 3 et 4 peut-être rationnel. Plus précisément, sa stratégie optimale consistera à annoncer de façon aléatoire un résultat

entre 3 et 4 selon une loi que la théorie permet de déterminer.

Si au lieu d'avoir des soumissions sous pli fermé, les enchères se font à haute voix, l'ordre d'intervention des enchérisseurs peut être déterminant, on dit alors qu'il y a lutte pour le premier coup.

Retour au dilemme du prisonnier

Ainsi, la théorie à l'air de soulever des paradoxes mais elle ne se contente heureusement pas de cela. Elle permet de mieux appréhender les différentes sortes de comportements afin de mieux les anticiper et éventuellement les canaliser. Le but d'un texte de loi n'est-il pas de faire que les citoyens le respectent en agissant au mieux de leurs intérêts? Dans ce qui suit nous allons tenter de voir, comment par delà les paradoxes, la théorie permet de mieux comprendre des comportements que la réalité nous donne à observer tous les jours. Comme cela était le cas précédemment c'est à partir de cas d'école que nous allons essayer de dégager les grandes idées et les grands types de raisonnement. Cas d'école, car le moindre exemple emprunté à la réalité fait intervenir plusieurs modes d'interactions stratégiques alors que les histoires que nous proposons permettent de dresser une typologie de ces modes. C'est une fois ce travail fait que l'on pourra s'attaquer aux problèmes complexes.

A propos de réalité, le résultat de l'analyse précédente dans le cadre du dilemme du prisonnier où les protagonistes, ne coopérant pas, se mettent dans la plus mauvaise situation pour chacun d'entre eux, n'est pas conforme à ce que nous pouvons observer dans des situations analogues à celle-ci. Par ailleurs, bien que la théorie ne se préoccupe pas de morale, les résultats obtenus ne sont ni moralement ni socialement satisfaisants. Est-ce que cela signifie que les considérations morales l'emportent sur les considérations stratégiques ou est-ce que la théorie peut aussi continuer à nous être utile à comprendre cette situation? Je m'abstiendrais de prendre en considération les aspects moraux (cela ne signifie pas, qu'ils sont absents de nos modes de raisonnement) et nous allons voir comment les seuls intérêts stratégiques peuvent expliquer l'apparence de comportements plus sophistiqués.

La réalité n'est pas, et je ne vous l'apprends pas, une succession de telles petites histoires déconnectées les unes des autres. Bien au contraire, nous savons tous que des considérations de réputation, de confiance, de crédibilité, de menace, de punition... interviennent tous les jours dans nos modes de raisonnement. L'idée consiste alors à incorporer ces phénomènes dans le modèle comme des variables stratégiques en supposant que les jeux joués, le sont de façon répétée et que l'information contenue dans notre comportement au cours d'une partie peut être utilisée par notre adversaire au cours des parties suivantes.

Supposons que le dilemme du prisonnier soit joué 10 fois de suite. On imagine très bien l'un des prisonniers dire à l'autre: "je ne te dénonce pas mais si tu me dénonces cette fois-ci, je te dénoncerai les prochaines fois". La négociation qui précédemment ne pouvait avoir aucun effet semble ici avoir plus de raison d'être. En fait, il n'en est rien! En effet, une fois les neuf premières parties jouées et une fois donc arrivés à la dernière, les menaces de nos prisonniers ne sont plus crédibles, l'issue de la dernière partie est alors nécessairement agressive des deux côtés. Mais, alors dès la neuvième partie la menace n'a plus de sens, puisque chacun sait que quoi qu'il fasse à cette neuvième partie le sort de la dixième partie est déjà scellé et partant la neuvième partie sera également agressive ainsi que la huitième, la septième... et la toute première.

N'y aurait-il donc aucun espoir de coopération ?

En fait, il faut considérer un dilemme du prisonnier répété un nombre infini de fois, ou du moins un nombre potentiellement infini de fois. Plus précisément, nous allons considérer une répétition de ce jeu qu'est la vie dont personne ne connaît la fin exacte et qui à chaque étape a une probabilité non nulle de se poursuivre. Ainsi, même si a posteriori le jeu s'avère fini, il aurait pu a priori durer plus longtemps et être répété au moins un fois de plus.

La théorie nous permet de déterminer alors dans un tel modèle les équilibres de Nash, c'est à dire les accords tels qu'aucun joueur n'a intérêt à dévier.

Trois accords sont alors viables:

- l'accord d'agression permanente, dont on sait qu'il est d'un intérêt limité ;
- l'accord de rétorsion perpétuelle dans lequel les joueurs s'entendent pour jouer pacifique avec la menace faite par chacun de jouer agressif jusqu'à la fin des temps si l'autre dévie une fois de la stratégie pacifique ;
- l'accord "œil pour œil, dent pour dent" dans lequel celui qui utilise une stratégie agressive est puni par l'autre en jouant agressif le nombre de fois qu'il faut pour lui rendre la pareille en terme de dommages causés (nombre d'années de prison...).

Se pose alors le problème de la crédibilité de la menace dans chacun de ces accords. Sachant que l'agression, si elle est mutuelle, est dommageable aux deux joueurs, la menace de rétorsion perpétuelle est-elle crédible? Peut-on penser que la punition sera effectivement appliquée jusqu'au bout? La réponse est certes non! S'il arrive que des punitions soient appliquées bien que dommageables à celui qui les applique c'est dans un souci de crédibilité et donc dans un but de dissuasion dans les parties futures. Elles ne doivent donc pas être appliquées dans toutes les parties futures puisque alors le moment de tirer profit de cette crédibilité gagnée se retrouve, sans cesse, reporté.

L'accord qui semble alors crédible et profitable pour tous se trouve être alors celui dit accord "œil pour œil, dent pour dent ». Ce résultat est valable quel que soit la personne qui attribue la punition, Ainsi le fait de croire en une justice immanente, céleste ou terrestre, peut-être un facteur de stabilité au même titre que la menace de l'adversaire. Le même résultat peut être obtenu en projetant à l'infini l'existence ou l'existence supposée ou la croyance en l'existence d'une ultime partie dans laquelle les comptes sont soldés selon la célèbre formule "tu ne l'emporteras pas au paradis". En fait, ce genre de situation est à la base de tout contrat social. Pour être viable, il doit porter en lui-même son propre ciment. Il est intéressant de constater que tant dans l'accord de rétorsion perpétuelle que dans l'accord "œil pour œil, dent pour dent", si les deux joueurs sont rationnels, ils ne dévieront pas de la stratégie pacifique et que, par conséquent, la punition ne sera jamais appliquée, elle est là au titre de menace et pour un observateur extérieur, le résultat observé sera le même alors même que le contrat social sera différent.

Afin d'approfondir cette question du contrat social, imaginons un univers où les individus vivent deux périodes leur jeunesse et leur vieillesse et qu'à chaque période coexistent des jeunes, les enfants, et des vieux, les parents. On supposera que les jeunes sont productifs alors que les vieux n'ont plus de quoi survivre par eux-mêmes. On supposera de plus qu'il n'est pas possible d'épargner. A chaque période, les jeunes ont le choix de consommer toute leur production tout seuls ou de la partager avec leurs parents.

Dans ce modèle, un premier équilibre consiste pour chacun de consommer toute sa

production et d'avoir une vieillese misérable. Une situation socialement plus souhaitable serait que chaque enfant partage sa production avec ses parents. Une telle situation peut-elle être observée à l'équilibre? Il est clair qu'un accord simple de ce genre n'a aucune raison d'être respecté. En revanche, on peut chercher un accord (contrat social) avec ses menaces (qui dans la réalisation ne devraient pas être appliquées) qui conduirait à un tel résultat.

Un premier équilibre de ce type repose sur l'accord suivant : un enfant subviendra aux besoins de ses parents si ces derniers ont subvenu aux besoins des leurs. Il est clair qu'un tel accord correspond à un équilibre. Cependant, il n'est pas crédible puisqu'en punissant ses parents, un enfant se place dans la situation où il sera lui même puni par ses enfants et ainsi non pas jusqu'à la septième génération mais jusqu'à la fin des temps. La faute de l'un devient péché originel et malédiction sur toute sa descendance.

Un second équilibre, plus souhaitable, est décrit de la façon suivante. On dira d'un enfant qu'il est indigne s'il ne subvient pas aux besoins de ses parents alors même que ces derniers ont subvenu aux besoins des leurs. Le contrat social consiste alors à ce que les enfants de parents indignes ne subviennent pas aux besoins de ces derniers. Ce faisant, ils ne deviennent pas eux mêmes indignes (selon notre terminologie et non selon la morale) et la malédiction cesse de se propager.

Je tiens à préciser que ces raisonnements loin de ramener l'humain à un automate et l'amour maternel et filial à une recherche d'intérêt. Ce que la théorie semble plutôt nous enseigner c'est que même des enfants au cœur de pierre et totalement égoïstes peuvent, selon leur intérêt bien compris, subvenir aux besoins des leurs dans le cadre d'un contrat social approprié.

De la perte de la liberté de choix, de l'aléa et de l'irrationalité simulée

Considérons à présent le jeu d'enfant classique opposant deux joueurs et dans lequel à un moment donné les deux joueurs doivent annoncer au même moment "papier", "ciseau" ou "marteau". Le "ciseau" l'emporte alors sur le papier, le "papier" sur le "marteau" et le "marteau" sur le "ciseau". Ainsi, n'y a-t-il pas de stratégie optimale dans ce jeu puisque toute annonce peut être dominée par une autre annonce. Les joueurs se trouvent alors pris dans un raisonnement sans fin : s'il joue "marteau", j'ai intérêt à jouer "papier" mais s'il anticipe mon comportement, il jouera "ciseau" auquel cas j'ai intérêt à jouer "marteau"...

La théorie montre alors que non seulement ce jeu n'admet pas d'équilibres mais également que même dans le cadre d'une répétition finie ou infinie de ce jeu, il n'existe pas d'équilibre: En fait, tout accord porte en lui les germes de la déviation et la seule stratégie imparable consiste à jouer de façon totalement aléatoire. Ainsi, en acceptant de livrer votre liberté de choix au hasard vous obtenez la situation dans laquelle votre espérance de gain sera optimale. Livrant votre décision au hasard vous désamorceriez toute velléité de votre adversaire de décoder votre stratégie et donc de l'anticiper et par suite de la contrer.

De la même façon, considérons le jeu du croisement entre automobilistes. Chacun souhaite passer, voire forcer le passage mais souhaite encore plus éviter l'accident. Menacer de passer dans tous les cas n'est pas crédible car, celui qui est en face sait que vous souhaitez tout de même éviter l'accident. En revanche, si l'adversaire vous croit privé de votre liberté de choix (accélérateur bloqué) ou de votre rationalité (si vous simulez l'ivresse) votre menace devient tout à fait crédible. Il peut alors s'agir là d'une politique de fait accompli coupant court à toute possibilité de négociation. Une telle

politique est nécessairement payante à la condition que le jeu ne soit pas répété et que par conséquent vous êtes sûr de ne plus avoir à faire à votre adversaire ni à toute personne susceptible d'avoir eu à faire à cet adversaire.

Applications de la théorie des jeux

Les applications de la théorie des jeux sont diverses et variées, elle est effectivement utilisée pour déterminer des procédures de vote optimales au sens du législateur ainsi que des découpages par circonscription optimaux. La théorie des jeux est utilisée en matière de stratégie militaire afin de définir les termes à mettre dans un traité, les procédures de contrôle et les mesures de rétorsion les plus à même de faire en sorte que les signataires n'aient pas intérêt à dévier des accords passés. En matière de non-prolifération nucléaire ou de dissuasion nucléaire, les enjeux sont évidemment particulièrement importants mais il ne faut pas oublier également que les procédures de contrôle étant particulièrement coûteuses, il est nécessaire d'arriver à une situation où les incitations et les mesures impliquées par le traité conduisent au maximum d'autocensure.

La théorie trouve un extraordinaire champ d'application dans l'économie, notamment en matière d'analyse de la concurrence. La théorie des jeux trouve également des applications en sciences politiques et en biologie. C'est par ces deux derniers exemples que je voudrais terminer cet exposé.

Supposons que les opinions politiques d'une population soient uniformément réparties sur un axe allant de l'extrême gauche à l'extrême droite et supposons que deux partis aient à se positionner politiquement de telle sorte à récupérer le maximum de voix. On suppose que les partis entrent un par un dans l'arène politique et qu'un électeur donne vote pour le parti le plus proche de ses positions.

Si le premier parti se positionne à gauche, le deuxième parti se positionnera également à gauche mais légèrement à droite du premier, il emportera alors toutes les voix de droite plus les voix de gauche qui sont à sa droite et obtiendra ainsi plus de la moitié des suffrages. Si le premier parti se positionne à droite, le deuxième parti se positionnera également à droite mais légèrement à gauche du premier et par un raisonnement symétrique au précédent, le deuxième parti l'emportera. Le premier parti a donc intérêt à se positionner au centre et le deuxième parti également. Loin d'être une vue de l'esprit, ce schéma correspond assez bien à la réalité politique américaine où il est fort difficile de différencier entre la pensée politique des républicains et des démocrates.

Supposons à présent que les deux partis précédents savent qu'un troisième parti peut entrer en lice. Dans la configuration précédente ce troisième parti n'aurait qu'à se placer légèrement plus à gauche ou plus à droite des précédents pour récupérer près de la moitié des voix, laissant l'autre moitié à partager entre les deux premiers partis ce qui conduit évidemment à la victoire du troisième parti.

En fait, pour éviter cette situation et connaissant l'existence éventuelle d'un troisième parti, les deux premiers vont se placer respectivement au centre de l'électorat de gauche et au centre de l'électorat de droite récoltant ainsi une moitié des voix chacun. Si le troisième parti entre en lice il se placera au centre et récoltera un quart des voix, chacun des deux premiers ayant $\frac{3}{8}$ des voix.

Mais alors quel intérêt pour le troisième parti d'entrer dans l'arène politique? En fait, il s'abstiendra probablement de le faire et un observateur extérieur, ignorant l'existence potentielle d'un troisième parti et voyant cette situation, pourra croire qu'elle n'est

certainement pas le résultat de calculs électoraux puisque sinon les deux partis se seraient positionnés au centre et en déduirait que cette situation est le fruit de réelles divergences politiques.

En fait, une telle conclusion si elle n'est pas certainement fausse est certainement trop rapide. Le résultat observé peut très bien s'expliquer par l'existence potentielle d'un troisième parti qui puisqu'il ne s'est pas créé est totalement inobservable.

Comme l'explique Sherlock Holmes c'est parfois le fait que le chien n'a pas aboyé dans la nuit qui est significatif

Comme annoncé, mon dernier exemple sera tiré de la biologie. Il existe une espèce de poissons dont les mâles peuvent être de deux types physiologiquement différents. Ceux du premier type deviennent adultes à l'âge de sept ans alors que ceux du second type le sont à l'âge de deux ans.

Les comportements de ces deux types sont également différents. Ceux du second type choisissent le moment où un mâle du premier type s'apprête à féconder des oeufs pour les féconder à sa place alors que ceux du premier type s'occupent des œufs qu'ils ont fécondés jusqu'à éclosion puis de la progéniture qui en est issue. Le mâle du premier type, lorsqu'il est pris de vitesse par un mâle du second type s'occupe tout de même des oeufs et de la progéniture de l'autre, permettant ainsi aux mâles du second type de transmettre leurs gènes et de perpétuer l'espèce.

La théorie des jeux permet d'expliquer comment les deux espèces peuvent continuer à coexister. Les acteurs du jeu sont les poissons et on suppose qu'ils ont la possibilité de choisir le type dont ils font partie. Leur but est de maximiser leur progéniture. Si tous les autres sont du premier type il est clair qu'il vaut mieux être du second car il sera facile de trouver quelqu'un à qui confier sa progéniture alors que si tout le monde est du second type, il est préférable d'être du premier car il devient trop difficile, voire impossible, de s'assurer, une descendance.

L'équilibre d'un tel jeu en terme de proportion de chaque type est conforme aux proportions réellement observées. Tout se passe donc comme si la nature choisissait pour ces poissons le type dont ils font partie au mieux de leurs intérêts (ou des intérêts de la nature) en terme de reproduction de l'espèce.

En conclusion...

Si j'ai voulu terminer cet exposé par cet exemple emprunté à la biologie c'est peut-être pour répondre à l'une des objections majeures qui sont faites à la théorie. On lui reproche des raisonnements compliqués. En fait, il n'en est rien...! Les poissons sont loin d'être des as en calcul et l'expérience ou d'autres mécanismes, par exemple d'élimination de ceux appliquant des stratégies autres que la stratégie optimale, peuvent remplacer le calcul. La plupart d'entre nous savent faire du vélo, cependant s'il fallait faire faire du vélo à un automate et donc lui expliquer les règles de l'équilibre, il faudrait un nombre inimaginable de calculs et d'équations. Personne ne peut affirmer que ce sont ces équations que nous résolvons en temps réel lorsque nous donnons un coup de guidon pour retrouver notre équilibre mais le tâtonnement, l'expérience et les chutes répétées ont gravé en nous une science dont nous sommes rarement conscients et qui est souvent totalement incommunicable.