

# TABLE DES MATIÈRES

## 1 INTRODUCTION

1.1	La géométrie des images . . . . .	2
1.1.1	Modèle mathématique . . . . .	3
1.2	Succès et échecs des bases d'ondelettes . . . . .	4
1.2.1	Meilleure approximation orthogonale . . . . .	4
1.2.2	Bases d'ondelettes 1D . . . . .	4
1.2.3	Bases d'ondelettes 2D . . . . .	6
1.2.4	Succès des bases d'ondelettes . . . . .	7
1.3	Modélisation de la géométrie des images . . . . .	7
1.3.1	Modélisations probabilistes des images naturelles . . . . .	8
1.3.2	La géométrie dans le cortex visuel . . . . .	11
1.3.3	Les contours en vision par ordinateur . . . . .	13
1.4	Représentations creuses d'images géométriques . . . . .	14
1.4.1	Éléments finis . . . . .	14
1.4.2	Analyse harmonique géométrique . . . . .	16
1.4.3	La transformée en bandelettes . . . . .	18
1.5	Guide de lecture . . . . .	19
1.5.1	Bandelettes orthogonales (chapitre 2) . . . . .	19
1.5.2	Compression d'images (chapitre 3) . . . . .	23
1.5.3	Compression de surfaces (chapitre 4) . . . . .	24
1.5.4	Inversion de la tomographie (chapitre 5) . . . . .	24
1.5.5	Analyse de textures géométriques (chapitre 6) . . . . .	25

## 2 BANDELETTES ORTHOGONALES

2.1	Approximation avec des bandelettes polynomiales . . . . .	27
2.1.1	Notations . . . . .	27
2.1.2	Régularité dans le domaine des ondelettes . . . . .	28
2.1.3	Régularité dans le domaine en ondelettes déformé . . . . .	29
2.1.4	Approximation polynomiale sur des domaines en forme de bandes . . . . .	30

2.1.5	Approximation sur tout le domaine en ondelettes . . . . .	32
2.1.6	Approximation d'une fonction géométrique . . . . .	35
2.2	Base de bandelettes orthogonales . . . . .	37
2.2.1	Segmentation en quadtree . . . . .	37
2.2.2	Bandeletisation avec des ondelettes de Alpert . . . . .	38
2.2.3	Construction d'une base de bandelettes . . . . .	40
2.2.4	Construction du dictionnaire de bandelettes . . . . .	42
2.2.5	Résultats d'approximation . . . . .	44
2.2.6	Algorithme de meilleure base de bandelettes . . . . .	51
2.2.7	Compression dans une meilleure base de bandelettes . . . . .	52
2.3	Algorithme de calcul . . . . .	55
2.3.1	Transformée en bandelettes discrète . . . . .	55
2.3.2	Algorithme rapide . . . . .	56
2.3.3	Transformée de Alpert 2D . . . . .	59

### 3 BANDELETTES POUR LA COMPRESSION D'IMAGES

3.1	État de l'art . . . . .	65
3.1.1	Codeurs en ondelettes . . . . .	65
3.1.2	Codeur JPEG2000 . . . . .	66
3.1.3	Codeurs géométriques . . . . .	67
3.2	Le codeur en bandelettes orthogonales . . . . .	68
3.2.1	Transformée en bandelettes d'ordre 0 . . . . .	68
3.2.2	Transformée en bandelettes par groupements . . . . .	70
3.2.3	Description du codeur . . . . .	73
3.3	Résultats numériques . . . . .	74
3.3.1	Comparaison avec un codeur arithmétique en ondelettes . . . . .	74
3.3.2	Comparaison avec JPEG2000 . . . . .	75
3.3.3	Discussion et problèmes ouverts . . . . .	76

### 4 BANDELETTES POUR LA COMPRESSION DE SURFACES

4.1	Représentations de la géométrie 3D . . . . .	80
4.1.1	Géométrie multi-échelles des surfaces . . . . .	80
4.1.2	Compression géométrique de surfaces . . . . .	82
4.2	Codeur en bandelettes pour la compression de surfaces . . . . .	85
4.2.1	Compression d'images de géométrie . . . . .	85
4.2.2	Compression de cartes de normales . . . . .	86

## 5 BANDELETTES POUR L'INVERSION DE LA TOMOGRAPHIE

5.1	Introduction . . . . .	89
5.2	Inversion et seuillage dans une base. . . . .	92
5.2.1	Décomposition en ondelettes-vaguelettes . . . . .	92
5.2.2	Inversion en curvelets . . . . .	93
5.2.3	Inversion en bandelettes . . . . .	94
5.2.4	Notations . . . . .	95
5.3	Estimateur en bandelettes . . . . .	95
5.3.1	Définition de l'estimateur . . . . .	95
5.3.2	Estimateur oracle . . . . .	96
5.3.3	Résultats d'estimation . . . . .	98
5.3.4	Estimation rapide en bandelettes . . . . .	99
5.4	Résultats numériques . . . . .	102
5.5	Appendice : preuve du lemme 5.2 . . . . .	102

## 6 ANALYSE DE TEXTURES GÉOMÉTRIQUES

6.1	Introduction . . . . .	106
6.1.1	Textures naturelles et synthétiques . . . . .	106
6.1.2	Modélisation des textures géométriques . . . . .	106
6.2	Synthèse de textures . . . . .	106
6.2.1	État de l'art . . . . .	107
6.2.2	Génération de texture et représentation creuse . . . . .	109
6.3	Transformée en bandelettes par groupement . . . . .	112
6.3.1	Flot géométrique et flot optique . . . . .	112
6.3.2	Champ d'association multi-échelles . . . . .	114
6.3.3	Transformée en bandelettes par groupements . . . . .	115
6.3.4	Transformée en bandelettes sur un domaine multirésolution . . . . .	118
6.4	Synthèse géométrique avec des bandelettes . . . . .	119
6.4.1	Algorithme générique . . . . .	119
6.4.2	Synthèse avec un flot géométrique fixé . . . . .	121
6.4.3	Synthèse de la géométrie . . . . .	125
	Bibliographie . . . . .	131

