

MP

Intégrales curvilignes, intégrales multiples

Exercice 1:

On considère l'équation paramétrique d'une arche de cycloïde suivante:

$$\forall t \in [0, 2\pi], x(t) = a(t - \sin t) \text{ et } y(t) = a(1 - \cos t).$$

- Donner l'expression d'une abscisse curviligne.
- Calculer la longueur de l'arche.
- Donner le rayon de courbure.
- Calculer l'aire située entre l'arche et l'axe des abscisses.

Exercice 2:

Retrouver le volume de la boule unité de \mathbb{R}^3 en utilisant un changement de variables en coordonnées sphériques.

Exercice 3:

Calculer les dérivées partielles premières et secondes de la fonction $\varphi : (x, y) \rightarrow z$ définie implicitement par $\ln z = x + y + z - 1$ en $(2, -e, e)$.

Exercice 4:

On considère l'équation en coordonnées polaires d'une cardioïde:

$$\forall \theta \in [0, 2\pi], \rho(\theta) = a(1 + \cos(\theta)).$$

- Donner l'expression d'une abscisse curviligne.
- Calculer la longueur de l'arc.
- Calculer l'aire délimitée par cet arc.