

MP

Suites et séries matricielles

Exercice 1:

Soient $p \in \mathbb{N}^*$, $A \in M_p(\mathbb{C})$ et $\|\cdot\|$ une norme sous multiplicative sur $M_p(\mathbb{C})$.

1. Soit $\rho \in [\|A\|; +\infty[$, $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer

$$\left\| \exp(A) - \left(I_p + \frac{1}{n} A \right)^n \right\| \leq e^\rho - \left(1 + \frac{\rho}{n} \right)^n$$

2. En déduire que:

$$\left(I_n + \frac{1}{p} A \right)^p \xrightarrow{p \rightarrow \infty} e^A.$$