

MPSI

Calcul de primitives

Exercice 1:

Calculer les primitives des fonctions suivantes en indiquant l'intervalle de validité:

$$a) x^2 e^x \sin x \quad b) \frac{\tan x}{1 + \sin^2 x} \quad c) \frac{x + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}{x^2 - 1}$$

Exercice 2:

Calculer les primitives des fonctions suivantes en indiquant l'intervalle de validité:

$$a) \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \quad b) \sqrt{e^x - 1} \quad c) \frac{\sin x}{1 + \cos^3 x}$$

Exercice 3:

Calculer les intégrales suivantes:

$$a) \int_1^2 (\ln x)^2 dx \quad b) \int_a^b \sqrt{(x-a)(b-x)} dx \quad c) \int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

Exercice 4:

Déterminer $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ pour que les primitives de $x \mapsto \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{(x-1)^2(x^2+1)^2}$ soient des fonctions rationnelles.

Exercice 5:

Calculer les primitives des fonctions suivantes en indiquant l'intervalle de validité:

$$a) \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} \quad b) \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^2 + 1}} \quad c) \frac{\sqrt{\sin x}}{\cos x}$$

Exercice 6:

Calculer les primitives des fonctions suivantes en indiquant l'intervalle de validité:

$$a) \frac{\arctan x}{\sqrt{x}} \quad b) \cos x \cosh x \quad c) x \tan^2 x$$

Exercice 7:

Calculer les intégrales suivantes:

$$a) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin^3 x} dx \quad b) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 + \sin x} \quad c) \int_{-1}^1 \sqrt{1 + |x(1-x)|} dx$$

Exercice 8:

Calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^{2\pi} \cos qx \sin px dx, \int_0^{2\pi} \sin qx \sin px dx, \int_0^{2\pi} \cos qx \cos px dx$$

Exercice 9:

Calculer les intégrales suivantes:

$$a) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{\sin^2 x + a \cos^2 x}, a \in \mathbb{R}_+^*, \quad b) \int_{-a}^a \ln(\sqrt{a-x} + \sqrt{a+x}) \, dx, a \in \mathbb{R}_+^*,$$

$$c) \int_{1/a}^a \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} \, dx, a \in \mathbb{R}_+^*$$