

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps
de Kepler à Thom

(1984)

Jacques Laskar

Observatoire de Paris,
Bureau des Longitudes

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps
de Kepler à Thom

(1984)

Jacques Laskar

Observatoire de Paris,
Bureau des Longitudes

Provocative !

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps
de Kepler à Thom

(1984)

Jacques Laskar

Observatoire de Paris,
Bureau des Longitudes

Provocative ! Irritating !

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps
de Kepler à Thom

(1984)

Jacques Laskar

Observatoire de Paris,
Bureau des Longitudes

Provocative ! Irritating ! Stimulating !

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps
de Kepler à Thom

EU - 69,00
CN AE

Jacques Laskar, 1984

P

Le Calcul

Le Calcul

Service des Calculs
et de
Mécanique Céleste
du
Bureau des Longitudes

LOI RELATIVE A LA FORMATION D'UN BUREAU DES LONGITUDES.

Du 7 messidor, an troisième de la République une et indivisible (25 juin 1795)

LA CONVENTION NATIONALE, après avoir entendu le Rapport de ses Comités de Marine, des Finances et d'Instruction publique, DÉCRETE :

ARTICLE 1er. Il sera formé un Bureau des Longitudes.

ART. 5. Le Bureau des Longitudes est chargé de rédiger la Connaissance des Temps, qui sera imprimée aux frais de la République, de manière que l'on puisse toujours avoir les éditions de plusieurs années à l'avance : il perfectionnera les Tables astronomiques et les méthodes des longitudes, et s'occupera de la publication des observations astronomiques et météorologiques.

ART. 8. Le Bureau des Longitudes est composé de deux géomètres, quatre astronomes, deux anciens navigateurs, un géographe et un artiste pour les instruments astronomiques.

ART. 9. Le Bureau des Longitudes est composé ainsi qu'il suit :

Géomètres : Lagrange, Laplace;

Astronomes : Lalande, Cassini, Méchain, Delambre;

Anciens navigateurs : Borda, Bougainville;

Géographe : Buache;

Artiste : Caroché.

ART. 12. Il y aura quatre astronomes adjoints, également nommés par le Bureau pour travailler, sous sa direction, aux observations et aux calculs.

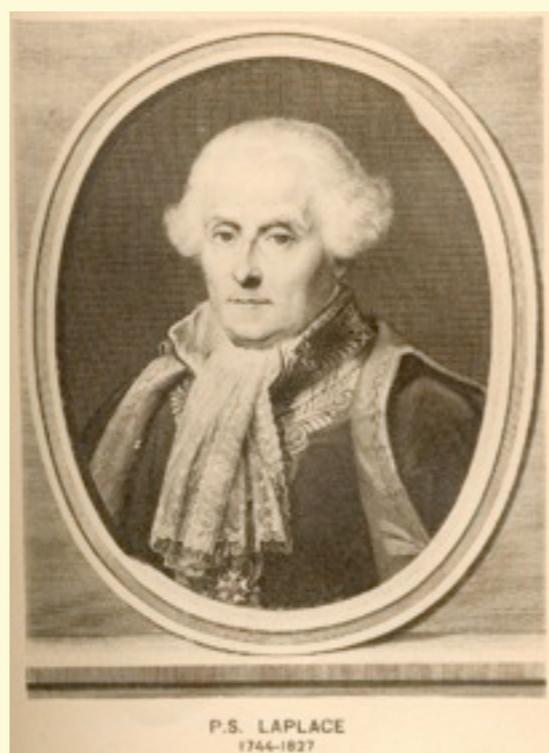
Visé par le Représentant du Peuple, Inspecteur aux procès-verbaux.

Le Bureau des Longitudes

créé par une loi de la Convention Nationale du 7 messidor an III (25 juin 1795)



Lagrange 1736-1813



Laplace 1749-1827



Lalande 1732-1807



Delambre 1749-1822



Méchain 1744-1804



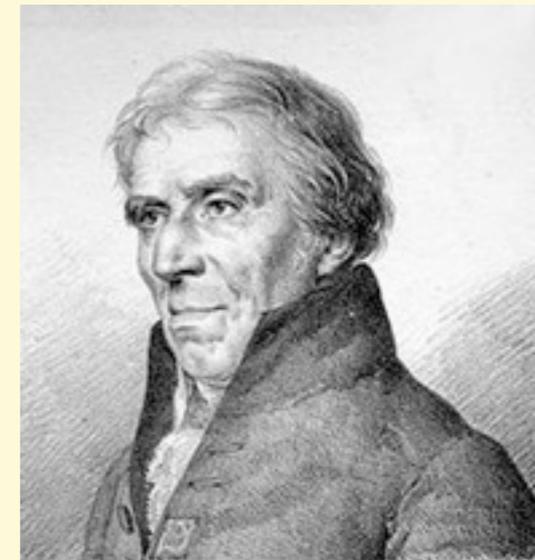
Cassini 1748-1822



Bougainville 1729-1811



Borda 1733-1799



Buache 1741-1825

Caroché 1740?-1813

Première Assemblée

Du Bureau de Longitudes établi par décret du 7 messidor (25 juin 1795)

Le 14 messidor l'an 3 de la République. (6 juillet 1795)

La Commission d'instruction publique ayant convoqué le Bureau dans une de ses Salles aux Petits Champs
le C. Lagrange Borda Lalande Laplace Burchard et Caroché s'y sont rendus, les quatre autres
membres étant absents. Le citoyen Goussier nous a fait passer dans le grand cabinet de la Commission.

On a lu la lettre du décret d'établissement, du 7, qui contient nos attributions et nos devoirs.

On a lu la lettre du C. Cassini qui ~~offre de venir~~ ^{est} ~~à la Commission~~ ^{intéressé}.

On a chargé le C. Borda de présider le Bureau, et le C. Lalande de tenir la plume.

On a agité les différentes questions relatives à la connaissance des tides, à la nomination des adjoints,
à l'établissement des observatoires de Brest et de Toulon, aux instrumens qui appartiennent à l'Académie,
aux observatoires à Casseville, à Marseille ^{et à Paris}, et à la Bibliothèque de l'Observatoire.

Le C. Goussier nous a promis de faire venir au Concierge du Concile ^{ou plus près possible} pour que l'on nous ouvre
la Salle de la Cidevant Académie des Sciences, ou nous nous rendrons, ^{présentement} mardi à 5 heures, et ^{le} Sybilli.

Le Règlement du Bureau a été rédigé au fût et que chacun aura mis sa signature en écrit.

Il est décidé que Lalande est chargé de faire le cours d'Astronomie ^{provisoirement} au Collège de France.

Le C. Burchard nous a assuré qu'il nous a écrit pour le rendre à Paris.

Le C. Burchard est chargé de vérifier à la Commission l'usage des arts ^{quels sont} les instrumens d'Astronomie ^{qui s'y trouvent} et de faire un rapport sur l'état au Bureau qui doit en avoir la disposition. On lui en a expédié la Commission. (ind. d. m.)

Borda président

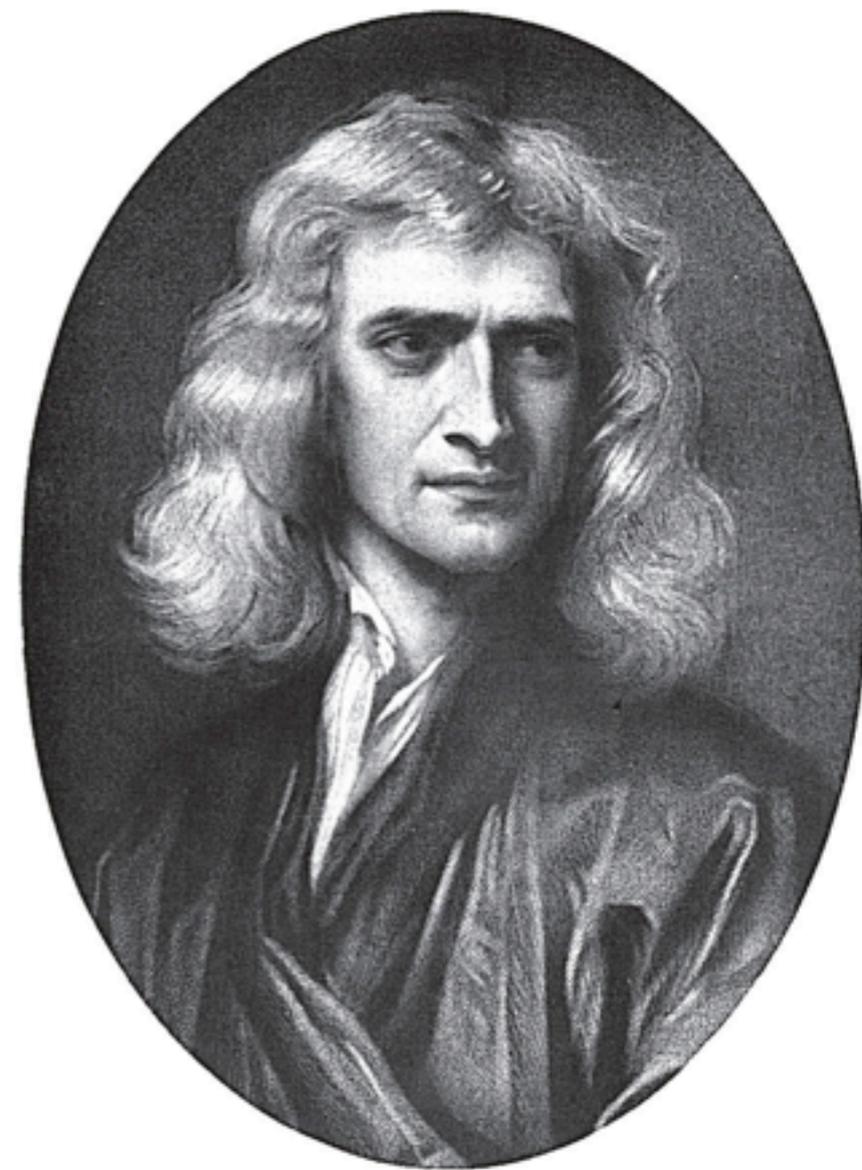
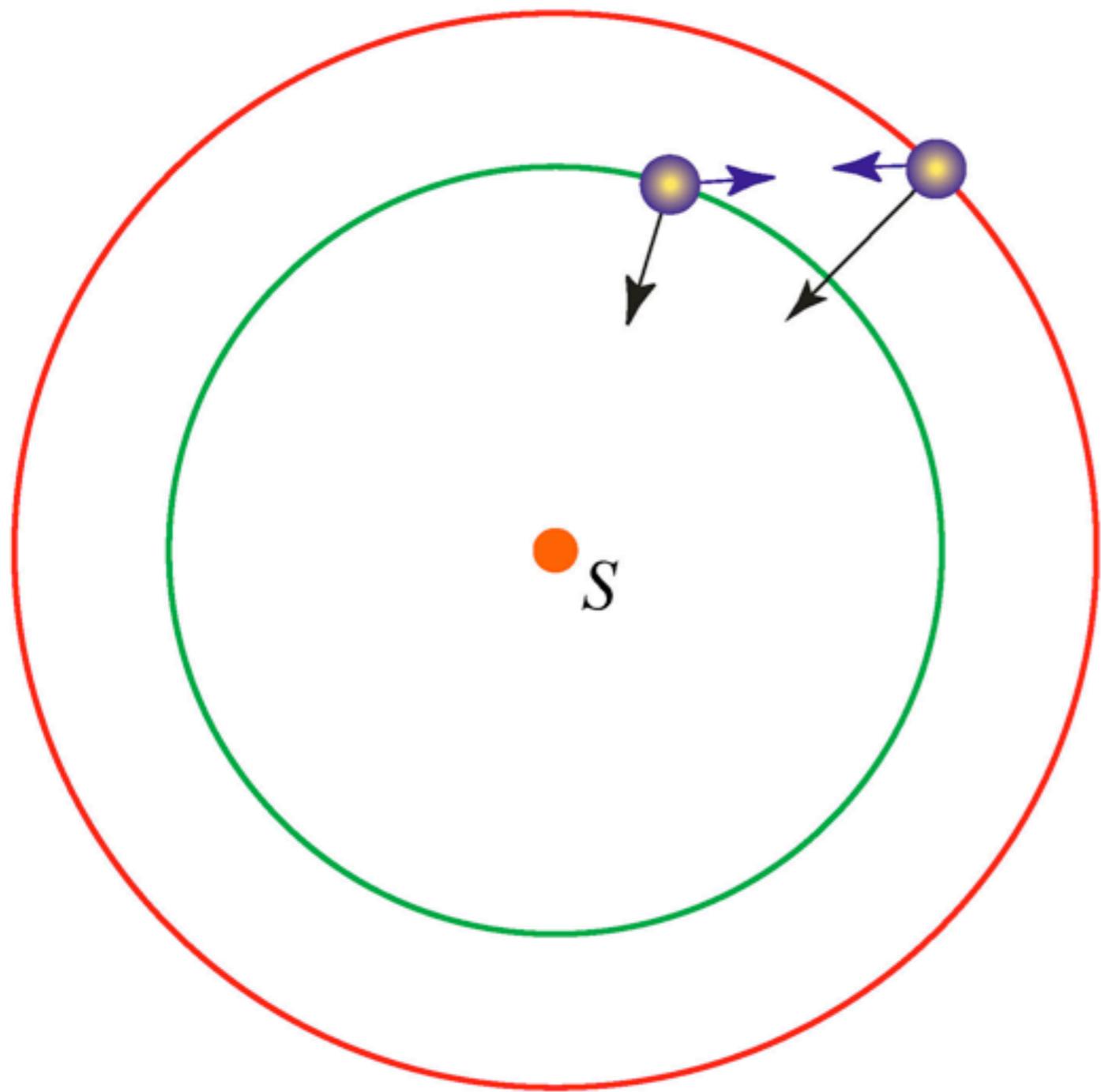
Lalande

Lagrange

Laplace

Caroché

Burchard



Newton (1687)

$$F = k \frac{m m'}{\Delta^2}$$

(Laplace)

XLVII.

Comparaison de la théorie de Saturne avec les observations anciennes.

La plus ancienne et la meilleure observation de Saturne que Ptolémée nous ait transmise a été faite par les Chaldéens. Le 1^{er} mars de l'an 228 avant notre ère, à 4^h 23^m, temps moyen à Paris, Saturne fut aperçu deux doigts au-dessous de γ de la Vierge. Il peut y avoir une ou deux heures d'incertitude sur l'instant de l'observation; mais, vu la lenteur du mouvement de Saturne, cette erreur est insensible. La longitude de γ de la Vierge, au commencement de 1750, était, suivant le Catalogue de M. de la Caille, égale à 6^s6°41'10". On n'a point reconnu de mouvement dans cette étoile, et, si l'on fait au Catalogue d'Hipparque les réductions convenables, on trouve qu'elle a maintenant la même position qu'au temps de cet astronome. Nous pouvons donc supposer, sans erreur sensible, que le 1^{er} mars de l'an 228 avant

(Laplace)

XLVII.

Comparaison de la théorie de Saturne avec les observations anciennes.

La plus ancienne et la meilleure observation de Saturne que Ptolémée nous ait transmise a été faite par les Chaldéens. Le 1^{er} mars de l'an 228 avant notre ère, à 4^h 23^m, temps moyen à Paris, Saturne fut aperçu deux doigts au-dessous de γ de la Vierge. Il peut y avoir une

The most ancient observation of Saturn transmitted by Ptolemaea was done by the Chaldeans. On March 1st of year 228 before Christ, at 4h23mn, mean Paris time, Saturn was observed two fingers below gamma Virgo.

reconnu de mouvement dans cette étoile, et, si l'on fait au Catalogue d'Hipparque les réductions convenables, on trouve qu'elle a maintenant la même position qu'au temps de cet astronome. Nous pouvons donc supposer, sans erreur sensible, que le 1^{er} mars de l'an 228 avant

Virgo the Virgin

Arcturus



Gamma



Saturn



5°

Theta



East

from <http://astrobob.areavoices.com> Sky of 6/11/2010 at 5h30 Duluth, Minesota

76 revolutions of Saturn since 228 BC

RECHERCHES

SUR

LES IRRÉGULARITÉS

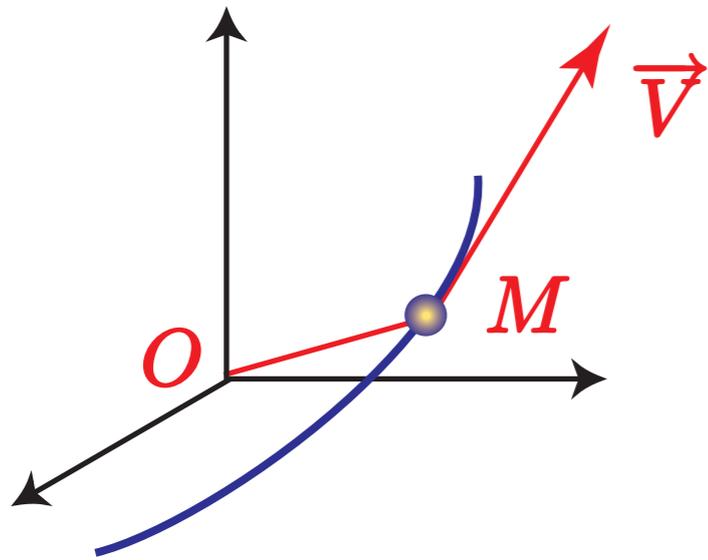
DU MOUVEMENT

DE JUPITER ET DE SATURNE.

Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, pour l'année 1752.

Par M. LEONARD EULER, Associé Etranger de l'Académie Royale des Sciences, & Membre de celles de Petersbourg, de Berlin, de Londres, &c.

Méthodes de perturbations et Variation des constantes (Euler, Lagrange, ...)



Kepler

planetary perturbations

$$H = H_0(a) + H_1(a, e, i, \lambda, \varpi, \Omega)$$

$$- \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{2a_i} \approx - \sum_{0 < i < j} \frac{m_i m_j}{\Delta_{ij}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{OM} \quad X, Y, Z \\ \overrightarrow{V} \quad \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a, e, i \\ \lambda, \omega, \Omega \end{array} \right.$$

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = a_i^{-3/2} + \frac{1}{m_i} \frac{\partial H_1}{\partial \sqrt{a_i}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H_1}{\partial \tilde{x}}$$

Variations des grands axes

$$H_1 = \sum_{(\mathbf{k})} \mathcal{H}_{\mathbf{k}}(a, e, i, \varpi, \Omega) e^{i\langle \mathbf{k}, \lambda \rangle}$$

$$\lambda = nt$$

$$\frac{da_j}{dt} = \frac{\partial H_1}{\partial \lambda_j} = \sum_{(\mathbf{k}) \neq 0} ik_j \mathcal{H}_{\mathbf{k}}(a, e, i, \varpi, \Omega) e^{i\langle \mathbf{k}, n \rangle t}$$

$$a_j = \sum_{(\mathbf{k}) \neq 0} \frac{k_j \mathcal{H}_{\mathbf{k}}(a, e, i, \varpi, \Omega)}{\langle \mathbf{k}, n \rangle} e^{i\langle \mathbf{k}, n \rangle t}$$

\mathcal{H}_0 n'est pas présent !

Variations des grands axes

$$H_1 = \sum_{(k)} \mathcal{H}_k(a, e, i, \varpi, \Omega) e^{i\langle k, \lambda \rangle}$$

$$\lambda = nt$$

$$\frac{da_j}{dt} = \frac{\partial H_1}{\partial \lambda_j} = \sum_{(k) \neq 0} ik_j \mathcal{H}_k(a, e, i, \varpi, \Omega) e^{i\langle k, n \rangle t}$$

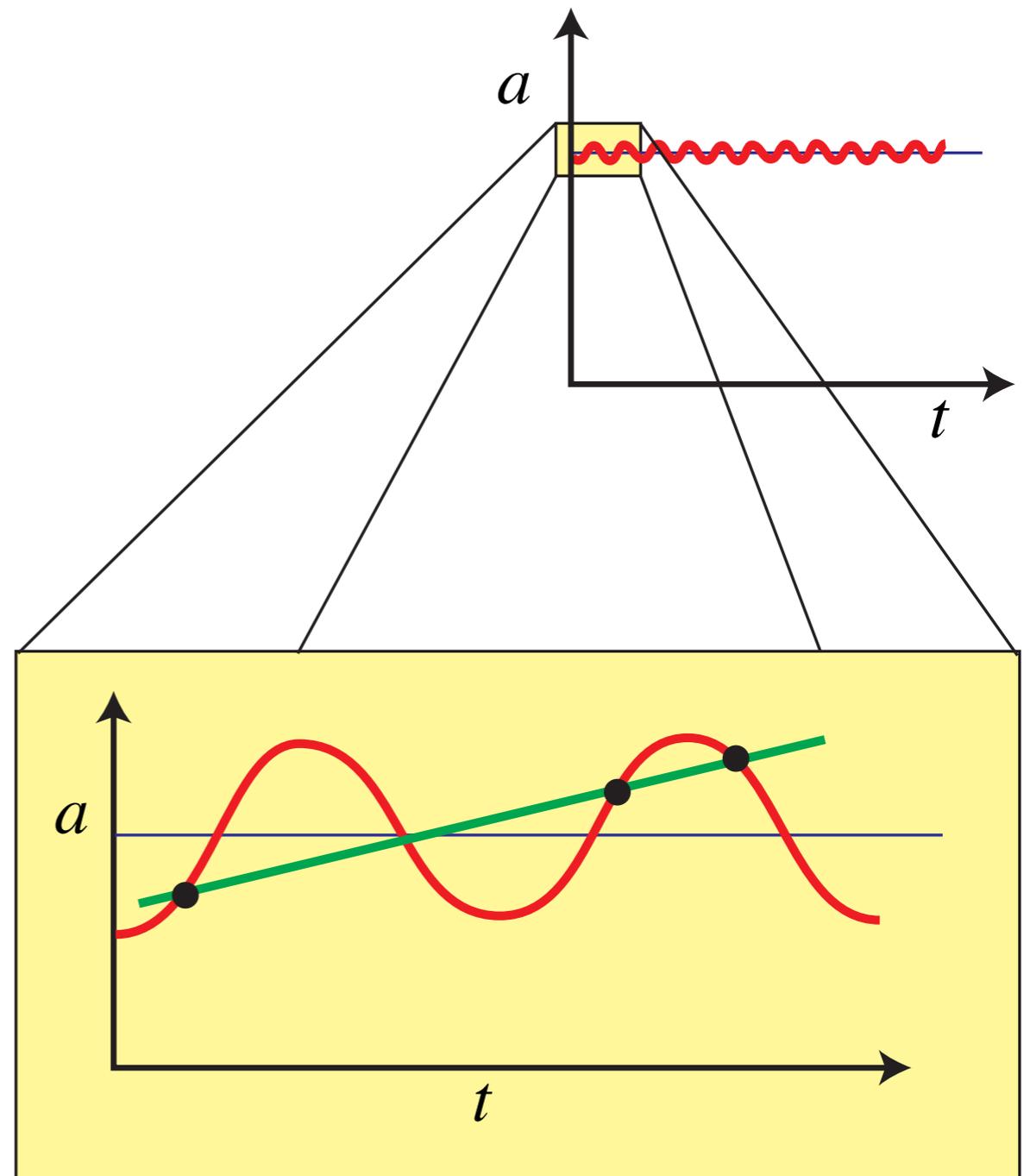
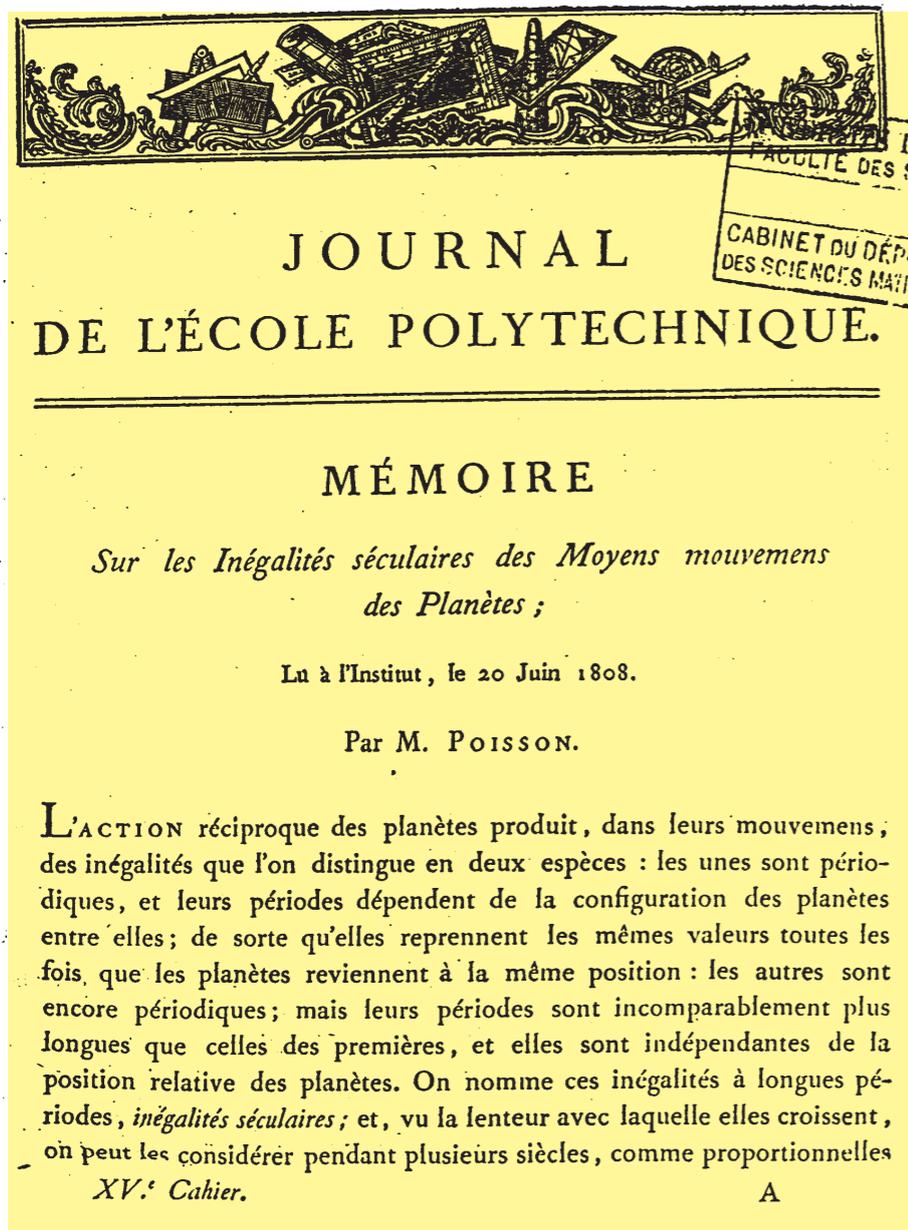
$$a_j = \sum_{(k) \neq 0} \frac{k_j \mathcal{H}_k(a, e, i, \varpi, \Omega)}{\langle k, n \rangle} e^{i\langle k, n \rangle t}$$

\mathcal{H}_0 n'est pas présent !

$$2n_J - 5n_S \approx \frac{2\pi}{883 \text{ yr}}$$

Stability of the semi-major axes

Laplace, 1772, Lagrange, 1776, Poisson, 1808, Lagrange, 1808



Le rayon vecteur r' de Saturne était égal à 9,67315; la longitude de la Terre au même instant, et rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, était $6^{\circ}5'3'35''$, et son rayon vecteur était 1,00113, d'où il est facile de conclure que la longitude géocentrique de Saturne était égale à $6^{\circ}6'40'14'',5$. La longitude observée était $6^{\circ}6'41'10''$; ainsi l'excès de nos formules sur l'observation est $-55'',5$.

La précision avec laquelle l'observation chaldéenne est représentée par la théorie donne lieu à plusieurs conséquences intéressantes.

La première est qu'il faut bannir les équations séculaires de la théorie des planètes. La comparaison de vingt-quatre observations

One should thus suppress the secular equations from planetary theories

deux, de quatre et de six révolutions de Saturne, nous a donné, dans l'article XLIV, le moyen mouvement sidéral de Saturne égal à 43 996,6179 dans l'intervalle de trois cent soixante-cinq jours; l'observation chaldéenne donne ce mouvement égal à $43\,996'',5719$. Ces deux résultats ne diffèrent pas de $\frac{1}{20}$ de seconde.

THÉORIE

ANALYTIQUE

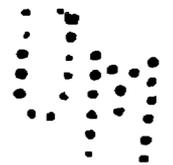
DES PROBABILITÉS;

PAR M. LE COMTE LAPLACE,

Pair de France; Grand-Officier de la Légion-d'Honneur; Grand' Croix de l'Ordre de la Réunion; Membre de l'Institut royal et du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Gottingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, d'Italie, etc.

SECONDE ÉDITION,

REVUE ET AUGMENTÉE PAR L'AUTEUR.



J. Pottmann

THÉORIE

ANALYTIQUE

DES PROBABILITÉS;

Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, ... embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux.

An intellect which at a given moment would know all forces that set nature in motion, and all positions of all items that composed it, ... would embrace in a single formula the movements of the greatest bodies of the universe and those of the tiniest atom; nothing would be uncertain and the future just like the past would be present before its eyes.

EXPOSITION

DU

SYSTÈME DU MONDE;

PAR M. LE MARQUIS DE LAPLACE,

Pair de France; Grand Officier de la Légion d'honneur; l'un des quarante de l'Académie française; de l'Académie des Sciences; Membre du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Göttingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, des Pays-Bas, d'Italie, etc.

SIXIÈME ÉDITION.

(1835)

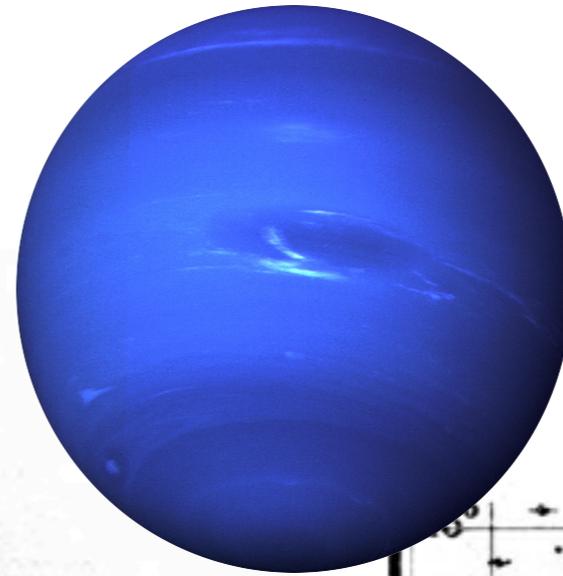
CHAPITRE VI.

CONSIDÉRATIONS SUR LE SYSTÈME DU MONDE ET SUR LES PROGRÈS FUTURS
DE L'ASTRONOMIE.

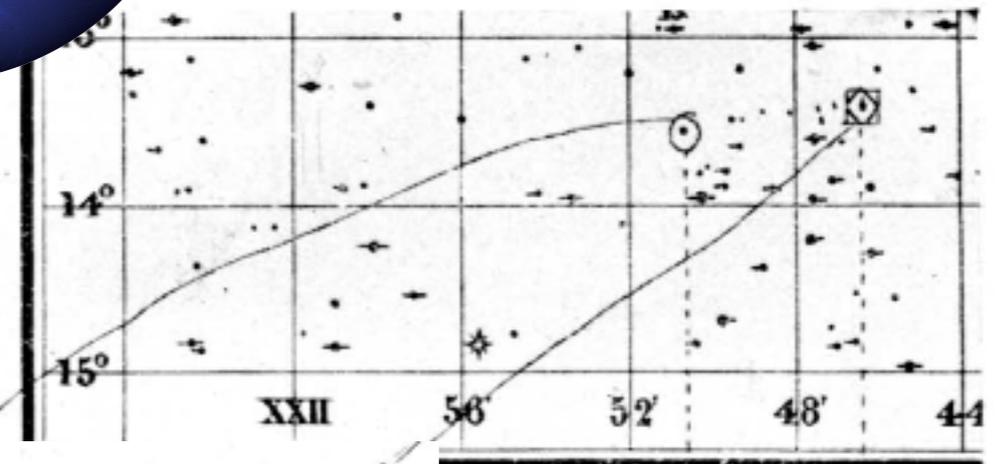
Les éléments arbitraires de cette théorie et la convergence de ses approximations dépendent de la précision des observations et du progrès de l'Analyse, et par là elle doit de jour en jour acquérir plus d'exactitude. Les grandes inégalités séculaires des corps célestes, résultantes de leurs attractions mutuelles et que déjà l'observation fait apercevoir, se développeront avec les siècles. Des observations, faites avec de puissants télescopes, sur les satellites perfectionneront les théories de leurs mouvements, et peut-être en feront découvrir de nouveaux. On déterminera par des mesures précises et multipliées toutes les inégalités de la figure de la Terre et de la pesanteur à sa surface, et bientôt l'Europe entière sera couverte d'un réseau de triangles, qui feront connaître exactement la position, la courbure et la grandeur de toutes ses parties.

(Laplace, 1835)

Urbain-Jean-Joseph Le Verrier (1811-1877)



23 sept. 1846
découverte
de Neptune



*Neptun beobachtet
" berechnet*

Lith. Andrease Br...

Rosselin, edit. Quai Voltaire, 21.

10. Termes du second ordre. Termes des ordres quatre et six, et de même argument que les termes du second ordre.

$$\begin{aligned}
 R_1 = & \left\{ (172)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 + (173)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 + (174)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (175)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \right. \\
 & + (176)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (177)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (178)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^2 + (179)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^2 \\
 & \left. + (180)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (181)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^4 \right\} \cos [i l' - (i-2) \lambda - 2 \omega] \\
 & + \left\{ (182)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) + (183)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) + (184)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (185)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \right. \\
 & + (186)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (187)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 + (188)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \\
 & + (189)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (190)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \\
 & \left. + (191)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos [(i+1) l' - (i-1) \lambda - \varpi' - \omega] \\
 & + \left\{ (192)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (193)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (194)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (195)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \right. \\
 & + (196)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (197)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^6 + (198)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (199)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \\
 & \left. + (200)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 + (201)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 \right\} \cos [(i+2) l' - i \lambda - 2 \varpi'] \\
 & + \left\{ (202)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) + (203)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) + (204)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \right. \\
 & \left. + (205)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \right\} \cos [(i+1) l' - (i+3) \lambda - \varpi' + 3 \omega] \\
 & + \left\{ (206)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (207)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (208)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \right. \\
 & \left. + (209)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right\} \cos [(i+3) l' - (i+1) \lambda - 3 \varpi' + \omega] \\
 & + (210)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \cos [(i+2) l' - (i+4) \lambda - 2 \varpi' + 4 \omega]
 \end{aligned}$$

Le Verrier, 1855

$$\begin{aligned}
 & + (211)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \cos [(i+4) l' - (i+2) \lambda - 4 \varpi' + 2 \omega] \\
 & + \left\{ (212)^{(i)} \eta^2 + (213)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^2 + (214)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (215)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^2 \right. \\
 & \quad + (216)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (217)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 + (218)^{(i)} \eta^4 + (219)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^4 \\
 & \quad \left. + (220)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 + (221)^{(i)} \eta^6 \right\} \cos [i l' - (i-2) \lambda - 2 \tau'] \\
 & + \left\{ (222)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (223)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (224)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right. \\
 & \quad \left. + (225)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos [(i+1) l' - (i-1) \lambda - \varpi' + \omega - 2 \tau'] \\
 & + \left\{ (226)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (227)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (228)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right. \\
 & \quad \left. + (229)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos [(i-1) l' - (i-3) \lambda + \varpi' - \omega - 2 \tau'] \\
 & + (230)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^2 \cos [i l' - (i+2) \lambda + 4 \omega - 2 \tau'] \\
 & + (231)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \cos [(i-1) l' - (i+1) \lambda + \varpi' + 3 \omega - 2 \tau'] \\
 & + (232)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \cos [(i-2) l' - i \lambda + 2 \varpi' + 2 \omega - 2 \tau'] \\
 & + (233)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \cos [(i-3) l' - (i-1) \lambda + 3 \varpi' + \omega - 2 \tau'] \\
 & + (234)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \cos [(i-4) l' - (i-2) \lambda + 4 \varpi' - 2 \tau'] \\
 & + (235)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \cos [(i+2) l' - i \lambda - 2 \varpi' + 2 \omega - 2 \tau'] \\
 & + (236)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \cos [(i-2) l' - (i-4) \lambda + 2 \varpi' - 2 \omega - 2 \tau'] \\
 & + (237)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^4 \cos [i l' - (i-2) \lambda + 2 \omega - 4 \tau'] \\
 & + (238)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \cos [(i-1) l' - (i-3) \lambda + \varpi' + \omega - 4 \tau'] \\
 & + (239)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 \cos [(i-2) l' - (i-4) \lambda + 2 \varpi' - 4 \tau']
 \end{aligned}$$

Les coefficients $(172)^{(i)}, (173)^{(i)}, \dots$, sont donnés par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
 (172)^{(i)} = (21), \quad (173)^{(i)} = (22), \quad (174)^{(i)} = (23), \quad (175)^{(i)} = (24), \quad (176)^{(i)} = (25) \\
 (177)^{(i)} = (26), \text{ en posant } h = i \text{ et } K^{(i)} = A^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$(86) + m' \frac{a^2}{a^3} \left\{ \frac{243}{5120} e^5 \right\} \cos(2h + 2g + 2l - 2h' - 2g' + 3l')$$

$$(87) \frac{3}{4} e - \frac{3}{2} \gamma^2 e - \frac{57}{32} e^3 - \frac{15}{8} ee'^2 + \frac{3}{4} \gamma^4 e + \frac{57}{16} \gamma^2 e^3 + \frac{15}{4} \gamma^2 ee'^2 + \frac{321}{256} e^5 + \frac{285}{64} e^3 e'^2$$

$$+ \frac{39}{64} ee'^4 - \frac{6075}{256} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{945}{64} ee'^2 - \frac{1701}{16} \gamma^2 ee'^2 - \frac{11907}{512} e^3 e'^2 \right) \frac{n'}{n}$$

$$- \left(\frac{135}{64} ee'^2 - \frac{243}{16} \gamma^2 ee'^2 - \frac{1701}{512} e^3 e'^2 \right) \frac{n'}{n} + \left(\frac{21}{8} e - \frac{75}{4} \gamma^2 e - \frac{207}{32} e^3 - \frac{21}{8} ee'^2 \right) \frac{n^2}{n^2}$$

$$- \frac{315}{16} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} + \frac{273}{32} e \frac{n^4}{n^4} - \frac{177}{128} e \frac{n^4}{n^4} - \left(\frac{3}{4} e - 6\gamma^2 e + \frac{33}{16} e^3 - \frac{3}{4} ee'^2 \right) \frac{n^2}{n^2}$$

$$+ \frac{99}{4} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} - \frac{21}{16} e \frac{n^4}{n^4} + \frac{75}{128} e \frac{n^4}{n^4} + \frac{57}{32} e \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \left(\frac{9}{16} e - \frac{9}{2} \gamma^2 e + \frac{15}{64} e^3 - \frac{9}{16} ee'^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{9}{8} e - 9\gamma^2 e + \frac{69}{32} e^3 - \frac{63}{32} ee'^2 \right) \frac{n^3}{n^3}$$

$$+ m' \frac{a^2}{a^3} \left\{ \frac{6793}{256} e \frac{n^4}{n^4} - \frac{6871}{96} e \frac{n^5}{n^5} - \frac{1701}{512} e \frac{n^4}{n^4} - \frac{1701}{128} e \frac{n^5}{n^5} + \frac{1809}{64} e \frac{n^4}{n^4} + \frac{2979}{32} e \frac{n^5}{n^5} \right.$$

$$- \frac{189}{64} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{297}{256} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} + \frac{27}{64} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{567}{256} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} + \frac{441}{32} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{5985}{128} ee'^2 \frac{n^3}{n^3}$$

$$+ \frac{9}{16} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{495}{64} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} - \frac{63}{32} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{1935}{128} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} - \frac{63}{16} ee'^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{1287}{64} ee'^2 \frac{n^3}{n^3}$$

$$+ \frac{1209}{16} e \frac{n^4}{n^4} + 342 e \frac{n^5}{n^5} - \frac{93}{8} e \frac{n^4}{n^4} - \frac{171}{4} e \frac{n^5}{n^5}$$

$$- \frac{345}{64} e \frac{n^4}{n^4} - \frac{465}{16} e \frac{n^5}{n^5} + \frac{135}{16} e \frac{n^4}{n^4} + \frac{2277}{80} e \frac{n^5}{n^5} + \frac{3}{4} \gamma^2 e \frac{n^2}{n^2} + \frac{9}{4} \gamma^2 e \frac{n^2}{n^2} + \frac{9}{2} \gamma^2 e \frac{n^2}{n^2}$$

$$- \frac{75}{256} e^3 \frac{n^2}{n^2} - \frac{15}{64} e^3 \frac{n^2}{n^2} - \frac{945}{1024} e^3 \frac{n^3}{n^3} - \frac{135}{512} e \frac{n^5}{n^5} - \frac{315}{256} e^3 e'^2 \frac{n'}{n} + \frac{16905}{128} ee'^2 \frac{n^3}{n^3}$$

Ce coefficient du terme (87) se continue à la page suivante.

Cette portion du coefficient du terme (87) a disparu par suite de la 1^{re} opération.

Cette portion du coefficient du terme (87) a disparu par suite de la 1^{re} opération.

$$(87) \text{ Suite. } + m' \frac{a^2}{a^3} \left\{ \begin{aligned} &+ \frac{135}{256} e^3 e'^2 \frac{n'}{n} + \frac{1035}{128} ee'^2 \frac{n^3}{n^3} + \frac{135}{512} e \frac{n' a^2}{n a^2} + \frac{4275}{512} e \frac{n' a^2}{n a^2} + \frac{27}{8} \gamma^2 e \frac{n^3}{n^3} + \frac{45}{16} \gamma^2 e \frac{n^3}{n^3} \\ &+ \frac{63}{16} \gamma^2 ee'^2 \frac{n'}{n} - \frac{27}{16} \gamma^2 ee'^2 \frac{n'}{n} \end{aligned} \right.$$

$$\times \cos(2h + 2g + 3l - 2h' - 2g' - 2l')$$

$$(88) \frac{21}{8} ee' - \frac{21}{4} \gamma^2 ee' - \frac{399}{64} e^3 e' - \frac{369}{64} ee'^3 + \frac{21}{8} \gamma^4 ee' + \frac{399}{32} \gamma^2 e^3 e' + \frac{2247}{512} e^5 e'$$

$$+ \left(\frac{135}{32} ee' - \frac{243}{8} \gamma^2 ee' - \frac{1701}{256} e^3 e' - \frac{1485}{256} ee'^3 \right) \frac{n'}{n} - \frac{2295}{64} ee'^3 \frac{n'}{n} - \frac{405}{256} ee'^5 \frac{n'}{n}$$

$$+ \left(\frac{147}{16} ee' - \frac{525}{8} \gamma^2 ee' - \frac{1449}{64} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{315}{64} ee' \frac{n^3}{n^3} + \frac{1911}{64} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{1239}{256} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \left(\frac{21}{8} ee' - 21\gamma^2 ee' + \frac{231}{32} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2} - \frac{99}{16} ee' \frac{n^3}{n^3} - \frac{147}{32} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{525}{256} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{399}{64} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$+ \frac{57}{16} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{903}{1024} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{93}{512} ee' \frac{n^4}{n^4} - \left(\frac{27}{32} ee' - \frac{27}{4} \gamma^2 ee' + \frac{45}{128} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2}$$

$$- \frac{297}{64} ee' \frac{n^3}{n^3} + \frac{4785}{512} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{310149}{1024} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{1701}{1024} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{12663}{128} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \left(\frac{63}{32} ee' - \frac{63}{4} \gamma^2 ee' + \frac{105}{128} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2} - \frac{783}{128} ee' \frac{n^3}{n^3} - \frac{32403}{256} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{1809}{128} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \frac{675}{512} ee' \frac{n^4}{n^4} - \left(\frac{9}{8} ee' - 9\gamma^2 ee' + \frac{99}{32} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{99}{32} ee' \frac{n^3}{n^3} - \frac{1395}{32} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$+ \left(\frac{63}{16} ee' - \frac{225}{8} \gamma^2 ee' - \frac{621}{64} e^3 e' \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{495}{32} ee' \frac{n^3}{n^3} + \frac{4239}{16} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{8463}{32} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \frac{651}{16} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{345}{128} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{135}{32} ee' \frac{n^4}{n^4} + \frac{21}{8} \gamma^2 ee' \frac{n^2}{n^2} + \frac{27}{8} \gamma^2 ee' \frac{n^2}{n^2} + \frac{46305}{256} ee' \frac{n^4}{n^4}$$

$$- \frac{63}{16} \gamma^2 ee' \frac{n^2}{n^2} - \frac{525}{512} e^3 e' \frac{n^2}{n^2} + \frac{205}{256} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{225}{512} e^3 e' \frac{n^2}{n^2} + \frac{9}{128} ee' \frac{n^4}{n^4} - \frac{105}{128} e^3 e' \frac{n^2}{n^2}$$

Ce coefficient du terme (88) se continue à la page suivante.

Cette portion du coefficient du terme (88) a disparu par suite de la 1^{re} opération.

XXVIII.

*ARRÊTÉS CONCERNANT LES CALCULATEURS
DU BUREAU DES LONGITUDES.*

(Arrêté du 29 janvier 1881.)

LE PRÉSIDENT DU CONSEIL, MINISTRE de l'Instruc-
tion publique et des Beaux-Arts :

Vu la loi de Finances du 22 décembre 1880;

Vu les propositions faites par le bureau des Lon-
gitudes le 15 janvier 1881,

ARRÊTE :

Le personnel du bureau des calculs du Bureau
des Longitudes est organisé de la manière sui-
vante :

Deux calculateurs de 1^{re} classe au traitement de
5,000 francs;

Deux calculateurs de 2^e classe au traitement de
4,000 francs;

Quatre aides-calculateurs titulaires au traitement
de 2,000 francs;

Des calculateurs auxiliaires, rétribués suivant les
travaux effectués.

Des aides-calculateurs pourront recevoir, en de-
hors de leur traitement fixe, un traitement éventuel.

Les calculateurs, les aides-calculateurs et les cal-
culateurs auxiliaires sont nommés par arrêté minis-
tériel sur la proposition du Bureau des Longitudes.

Fait à Paris, le 29 janvier 1881.

Signé : J. FERRY.

Ainsi le temps se volatilise, enfermé tout entier dans l'instant présent, cet intervalle évanescant qui sépare le passé qui n'est plus de l'avenir qui n'est pas encore. Le passé et l'avenir sont équivalents, car entièrement contenus dans le présent, et l'on peut aussi facilement remonter le cours du temps que le descendre, comme on remonte le cours d'une rivière gelée. Cet univers improbable est pourtant celui de la physique newtonienne, et les savants du XIX^e siècle ont cru que, par leurs calculs, ils touchaient l'origine comme la fin des temps. A quelques calculs près, ils croyaient tout savoir, y compris l'avenir de l'humanité et de leur propre science.

Voici par exemple quelles tâches Laplace assigne aux astronomes des temps futurs : cataloguer les étoiles et les nébuleuses, leurs mouvements et leur éclat, et les variations qu'on y décèlera ; découvrir de nouveaux objets dans le système solaire, principalement des comètes, et déterminer leurs orbites. Il y a là de quoi faire mourir d'ennui plusieurs générations d'astronomes, condamnés à ramasser les miettes d'un festin dont d'autres auront dégusté les meilleures

« Comme il n'y a qu'un seul univers à expliquer, personne ne peut refaire ce qu'a fait Newton, le plus heureux des mortels ¹. » On n'hésite même pas à analyser les raisons des progrès de l'astronomie future, déclarant hardiment qu'ils « dépendent de trois choses, la mesure du temps, celle des angles, et la perfection des instruments d'optique », les deux premières ne laissant malheureusement presque rien à désirer, *dixit* Laplace, ce qui charge la troisième de toutes nos espérances.

C'est pourtant dans cet univers étouffant, où tout était connu d'avance, qu'a vécu le XIX^e siècle.

C'est à cette époque enfin que l'on a pris l'habitude d'expliquer sans comprendre : la gravitation universelle fournissait un modèle mathématique qui, moyennant des calculs souvent pénibles et toujours impénétrables, permettait à quelques experts de prévoir exactement n'importe quelle situation astronomique, sans que personne ne puisse dire ce qu'était cette force d'attraction

(I. Ekeland, 1984)

Pourtant, ces calculs, on ne sait pas vraiment les faire. Nous avons parlé des brillants succès du XIX^e siècle. L'avènement des ordinateurs a amélioré la situation, puisque la durée d'un très long calcul, bien plus complexe que ceux de Lalande ou Le Verrier, est maintenant de quelques heures. Mais il ne l'a pas fondamentalement changée : les prédictions ne sont valables qu'en deçà d'une certaine limite de précision, qui a été repoussée, mais qui reste étonnamment proche. Et les calculs restent très délicats à mener.

L'orbite képlérienne n'est qu'une approximation, suffisante pour donner une idée de la trajectoire pendant quelques années. Le calcul des perturbations dues aux grosses planètes porte cette limite de validité à quelques siècles ou quelques millénaires. C'est beaucoup à l'échelle de l'humanité — on peut ainsi dater les éclipses observées dans l'Antiquité —, mais ce n'est rien à échelle astronomique. Le passé et l'avenir du système solaire nous échappent totalement.

Numerical Integration

Complete Solar System (Moon + relativity)

1983	1991	1992	2003	2004
Newhall et al. (DE102)	Quinn, Tremaine, Duncan	Sussman, Wisdom	Varadi et al. (R7)	Laskar et al.
0.004 Myr	3 Myr	100 Myr	100 Myr	250 Myr
Moon Relativity	Av Moon Relativity (S)	Av Moon Av Relativity	Av Moon Relativity (S)	Moon Relativity (S, E)
Adams- Cowell < 14	Symmetric (13)	Symplectic (2)	Stormer (14)	Symplectic (4+8)
	0.75 d	7.2 d	0.3125 d	1.8625 d
	~ 65 d	~ 40 d	~ 100 d	~ 50 d

T H E S E

présentée

A L' OBSERVATOIRE DE PARIS

pour l'obtention du

Doctorat de 3^e cycle

Spécialité : ASTRONOMIE ET TECHNIQUES SPATIALES

par

JACQUES LASKAR

Sujet de thèse : THEORIE GENERALE PLANETAIRE :
ELEMENTS ORBITAUX DES PLANETES
SUR 1 MILLION D'ANNÉES.

T H E S E

présentée

A L' OBSERVATOIRE DE PARIS

pour l'obtention du

Doctorat de 3^e cycle

Soutenue le 19 juin 1984

par

JACQUES LASKAR

Sujet de thèse : THEORIE GENERALE PLANETAIRE :
ELEMENTS ORBITAUX DES PLANETES
SUR 1 MILLION D'ANNÉES.

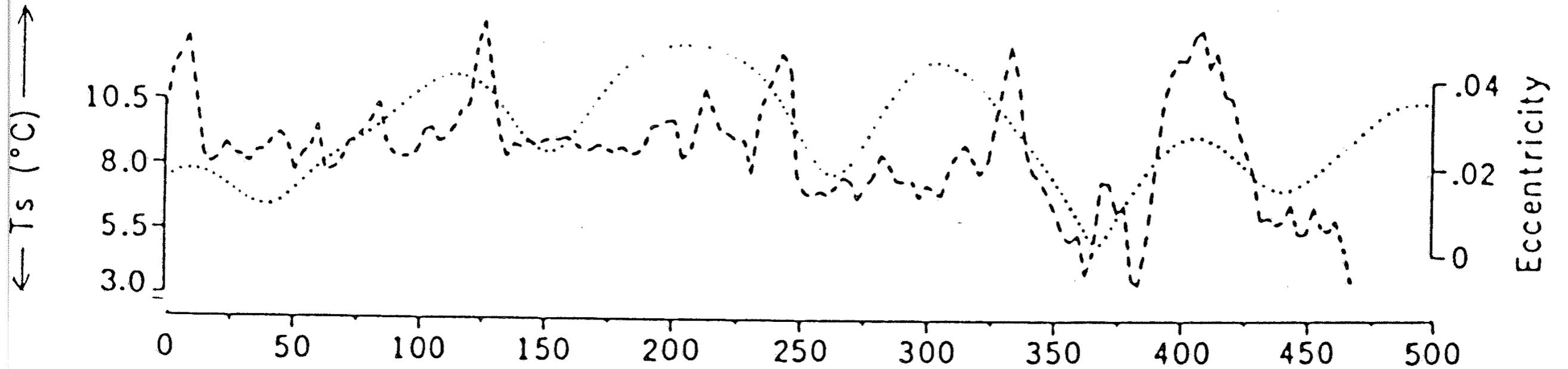
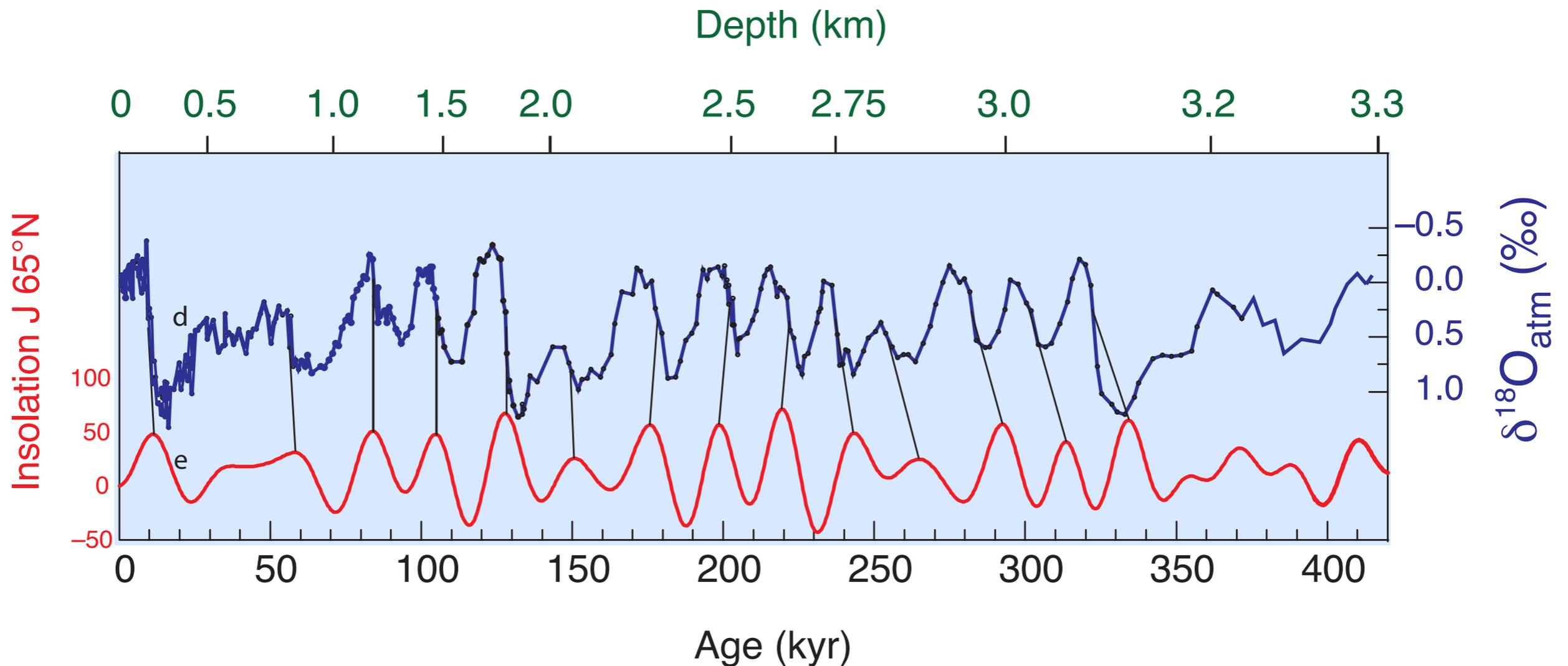


Figure 0. Corrélation entre les variations de la température moyenne de la mer, fournie par les données paléontologiques (courbe en tirets), et les variations de l'excentricité de la Terre (pointillés), sur 500 000 ans (Hays et al. 1976).

Astronomical forcing of climate

Ice Archives



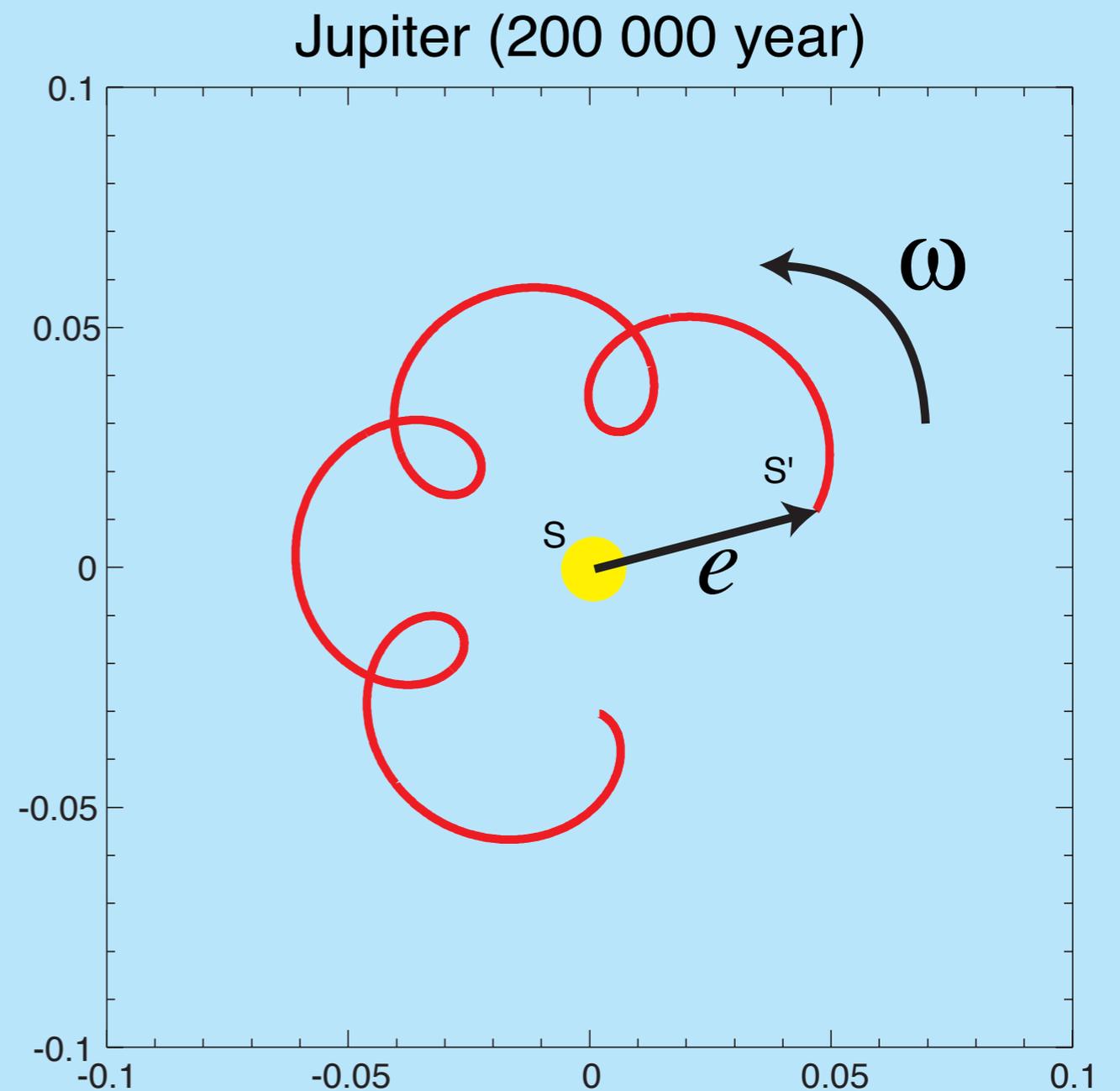
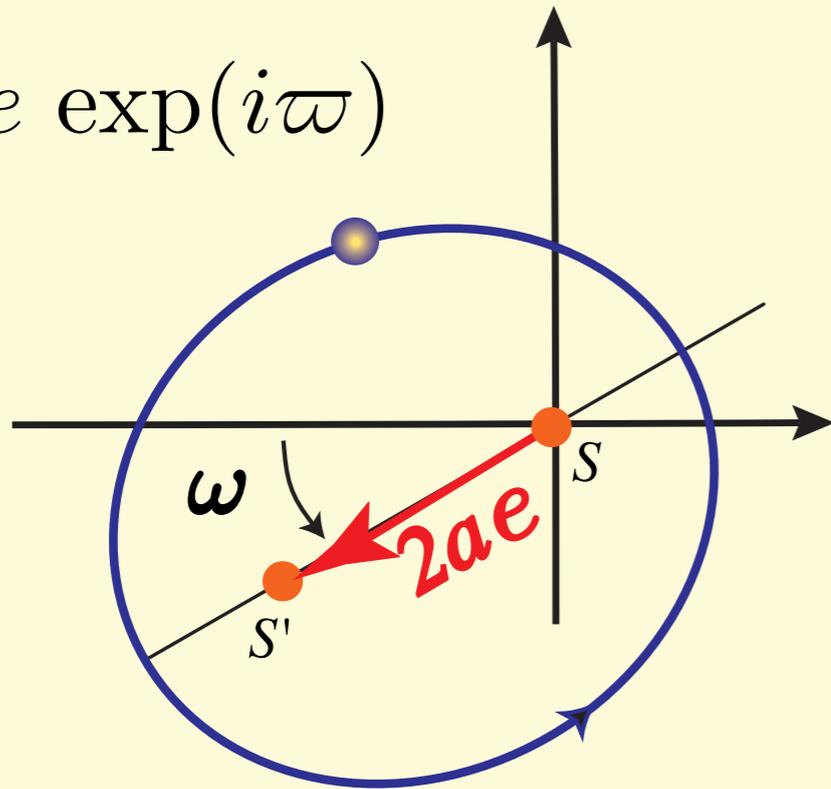
Vostok (420 000 ans)

Petit, Jouzel, Raynaud et al, Nature, 1999

Secular variations of the eccentricities and inclinations

Lagrange 1774-78, Laplace 1774-75

$$z = e \exp(i\varpi)$$



$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_6 \end{pmatrix} = \sqrt{-1} A \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_6 \end{pmatrix}$$

Averaging of order 2

$$H'_0 = H_0$$

$$H'_1 = \{W_1, H_0\} + H_1$$

$$H'_2 = \{W_2, H_0\} + \frac{1}{2} \{W_1, \{W_1, H_0\}\} + \{W_1, H_1\}$$

.....

$$\{f, g\} = \sum_{j=1}^{3n} \frac{\partial g}{\partial J_j} \frac{\partial f}{\partial \phi_j} - \frac{\partial g}{\partial \phi_j} \frac{\partial f}{\partial J_j}$$

8 planets,

32 variables $x_i, \bar{x}_i, y_i, \bar{y}_i$ + 8 angles λ_i

Averaged system of order 2 and degree 5 (6 in H)

153 824 terms $\alpha x^k \bar{x}^{k'} y^l \bar{y}^{l'}$ (Laskar, 1984-90)

Insolation solutions for the Earth

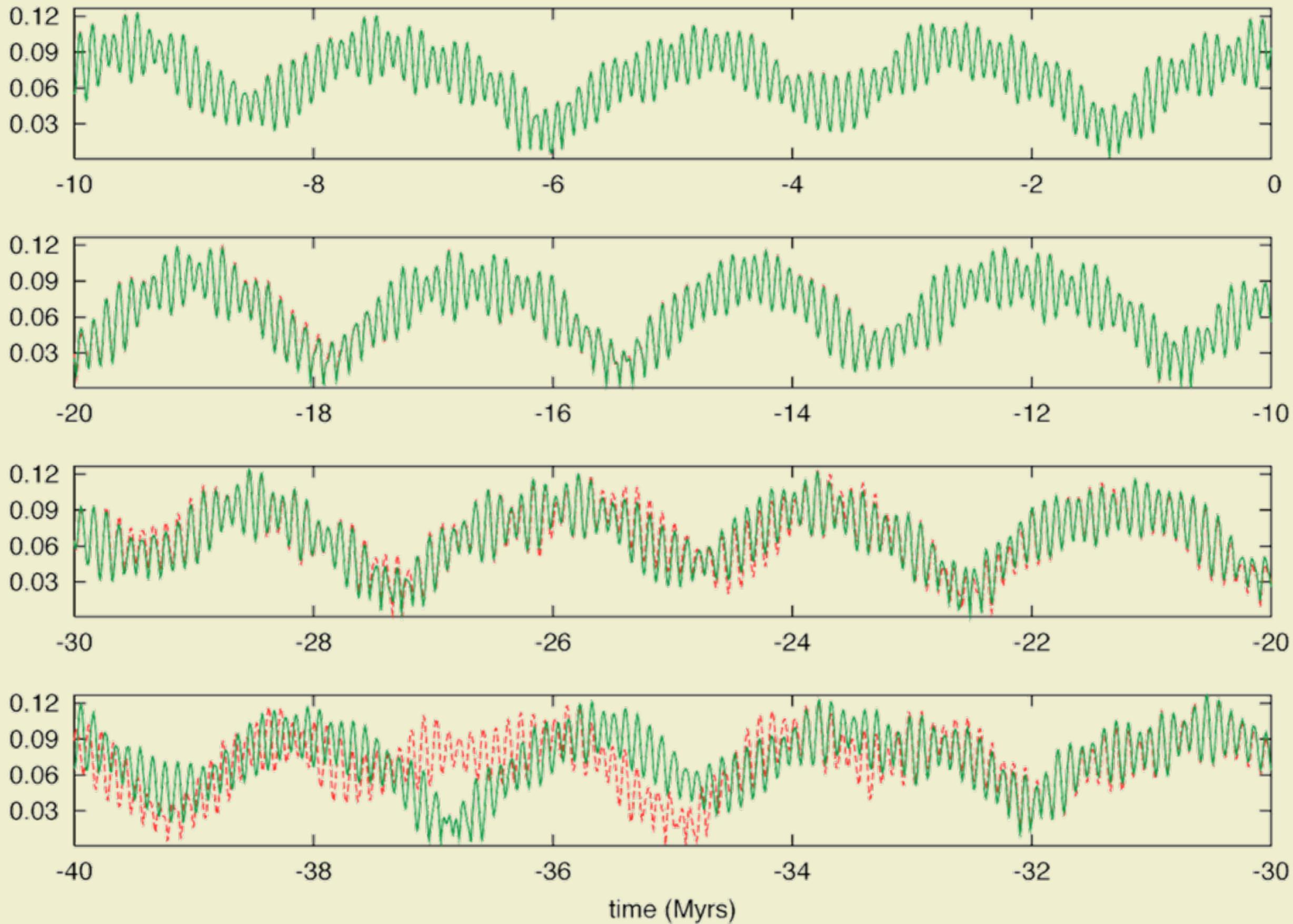
analytical

Orbital Solution	nb of terms	deg	order
Lagrange, 1782	36	1	1
Le Verrier, 1846	64	1	1
+Hill, 1897 Brouwer & Van Woerkom, 1950	70	5	2
Bretagnon, 1974	318	3	2
Laskar, 1984-1990	153 824	5	2

numerical

Quinn, Tremaine, Duncan, 1991 (-3Ma -> + 3Ma)
Varadi, Bunnegar, Ghil, 2003
Laskar et al, 2004 (-250 Ma -> + 250 Ma orb: ~ 40 Ma pre : ~ 20 Ma)
Laskar et al, 2011 (-250 Ma -> + 250 Ma orb: ~ 50 Ma)

Mars eccentricity : num2004-sec2004



(Laskar et al, 2004)

l'Imprévu

l'Imprévu

2. Le cristal brisé

Les calculs impossibles

Le XIX^e siècle voit donc le triomphe spectaculaire de la mécanique céleste et de la conception du monde à laquelle désormais s'attache le nom de déterminisme. Les noms de Lalande et de Le Verrier s'installent au panthéon des gloires nationales.

L'œuvre de Poincaré

Dans l'œuvre considérable de Henri Poincaré (1854-1912), la mécanique céleste tient une place de choix. Elle lui valut même les plus grands honneurs, puisque son mémoire de 1889, *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, lui valut un prix créé pour l'occasion par le roi Oscar II de Suède. Les prix Nobel n'existaient pas encore, et l'événement fit grand bruit. Les trois tomes des *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, publiés de 1892 à 1899, font partie des références obligées, toujours cités et rarement lus.

L'œuvre de Poincaré

Dans l'œuvre considérable de Henri Poincaré (1854-1912), la mécanique céleste tient une place de choix. Elle lui valut même les plus grands honneurs, puisque son mémoire de 1889, *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, lui valut un prix créé pour l'occasion par le roi Oscar II de Suède. Les prix Nobel n'existaient pas encore, et l'événement fit grand bruit. Les trois tomes des *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, publiés de 1892 à 1899, font partie des références obligées, toujours cités et rarement lus.

The three volumes of the "Méthodes nouvelles de la mécanique céleste", published from 1892 to 1899, belongs to the class of obliged references, always quoted and seldom read.

(I. Ekeland, 1984)

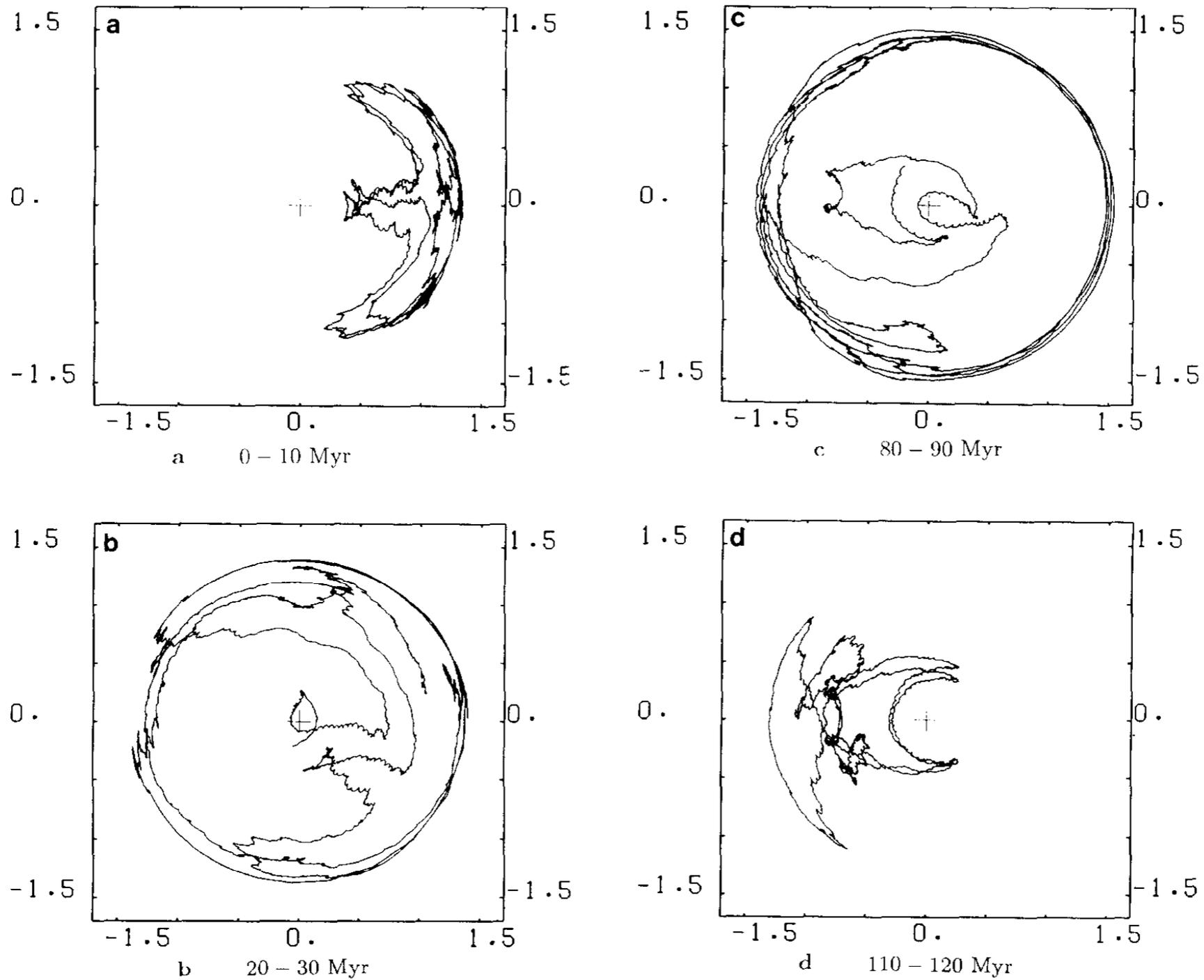


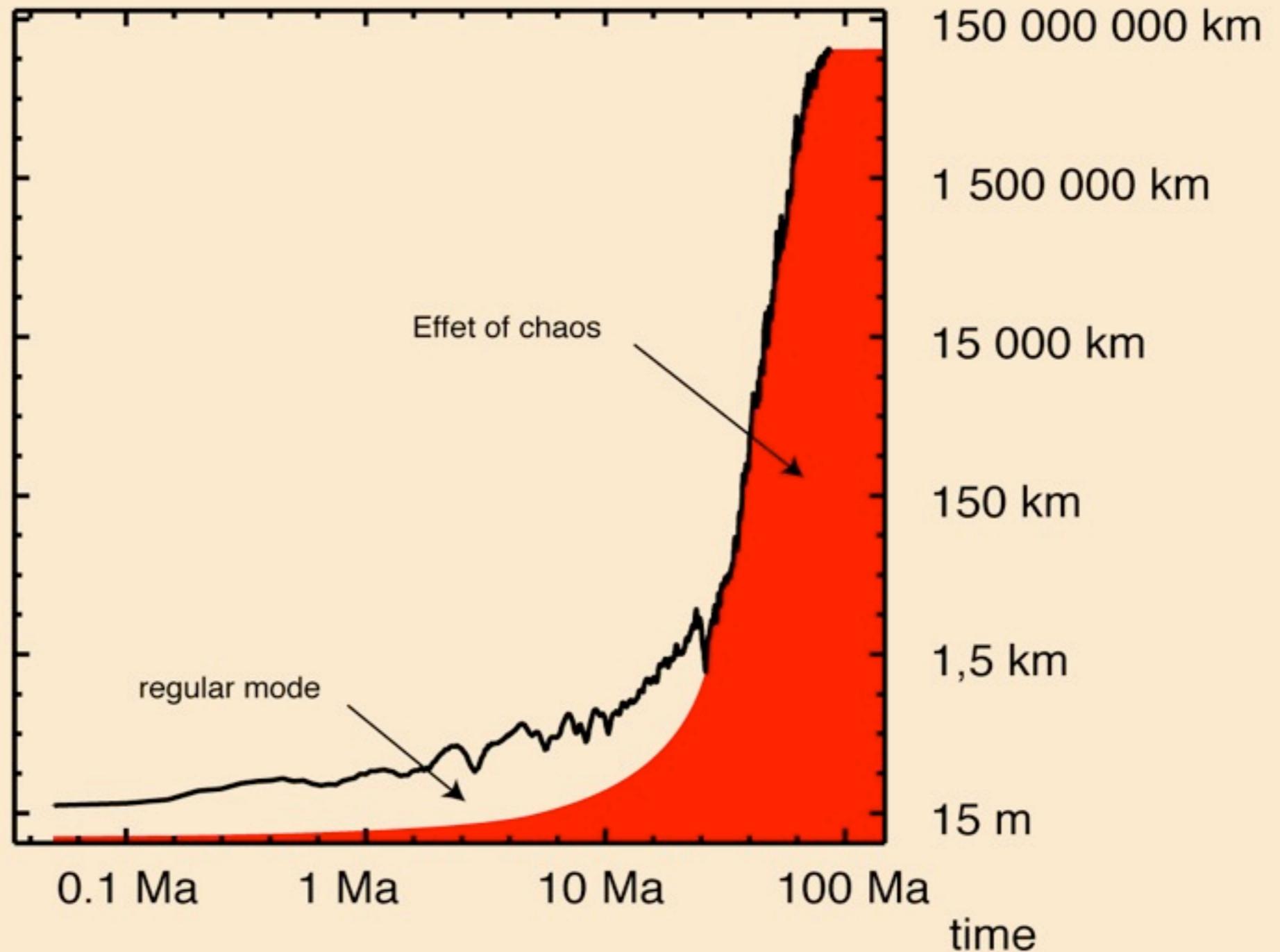
FIG. 3. (a-d) Examples of transition from libration around 0° (a) to circulation (b), and from circulation (c) to libration around 180° for the argument $2(\varpi_4 - \varpi_3) - (\Omega_4 - \Omega_3)$. The quantity which is actually plotted in the complex plane is $z_{04} \exp i(2(\varpi_4 - \varpi_3) - (\Omega_4 - \Omega_3))$ (Eq. (26)).

$$2(g_4 - g_3) - (s_4 - s_3)$$

Chaotic motion of the Solar System

Secular equations : 200 Ma : *Laskar (1989, 1990)*

Direct integration : 100 Ma : *Sussman & Wisdom (1992)*



$$d(T) \approx d_0 10^{T/10}$$

C'est

que l'enseignement est héritier d'une tradition, même en mathématiques : on ne présente que ce que l'on sait faire, ce qui est bien compris et a beaucoup servi, et on passe sous silence les points obscurs et les faits gênants.

on multiplie les exemples, tirés de situations variées, où les calculs, menés à leur terme, montrent effectivement un comportement global régulier, ponctué de points fixes et de trajectoires périodiques. Le jeune chercheur ne pensera avoir fait œuvre utile que s'il présente à ses collègues un modèle ayant les propriétés de régularité que l'on attend. Ce faisant, il contribue à augmenter le stock d'exemples et à appesantir l'idéologie ambiante.

(Laskar, Gastineau, Delisle, Farrès, Fienga ,
A&A L, 15 July, 2011)



1/22000
Earth Mass

Vesta (DAWN/NASA)

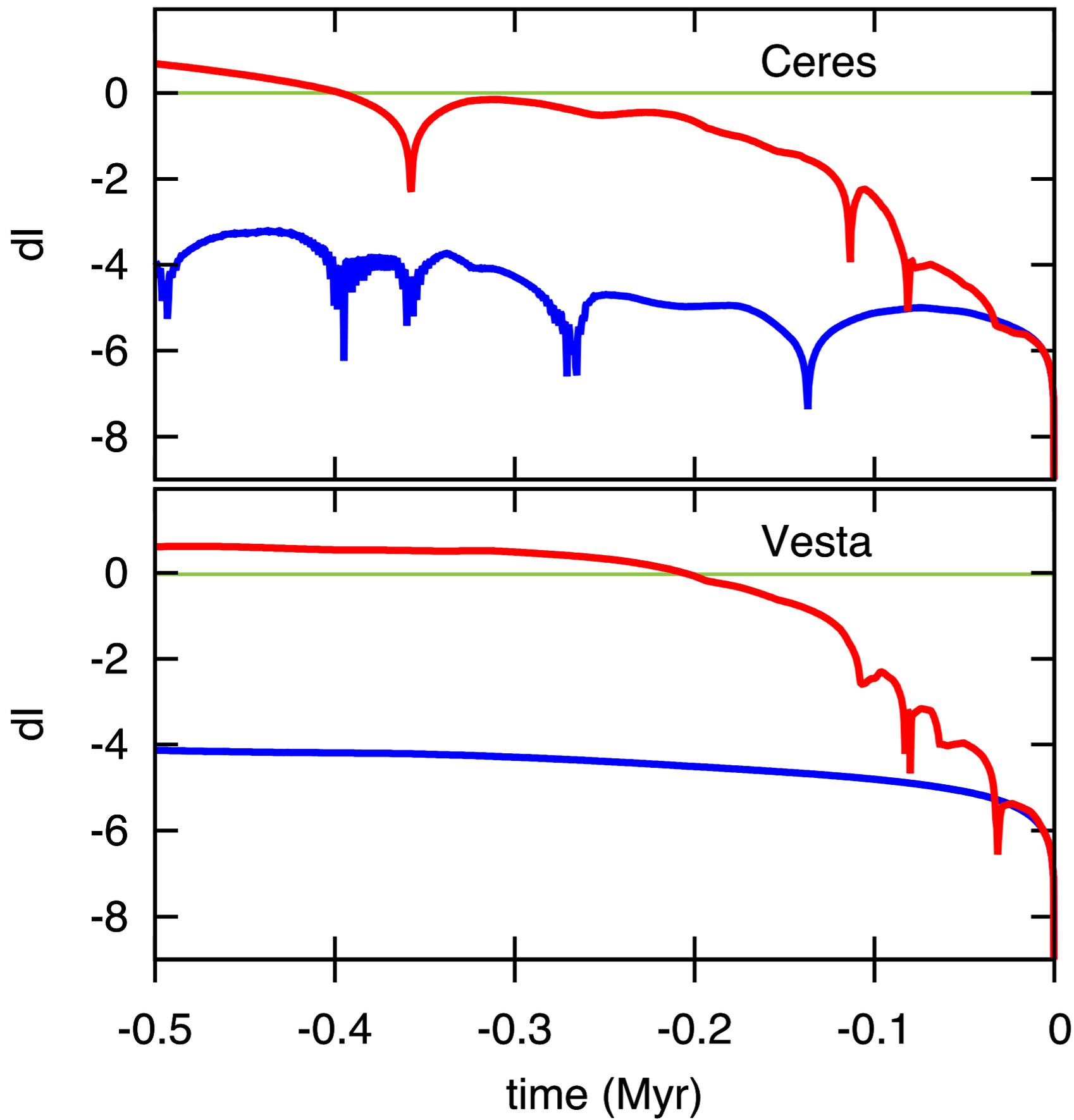


1/6000
Earth Mass

Ceres (Hubble)

Unstabilities due to
asteroïdal close encounters

Strong chaos of Ceres and Vesta



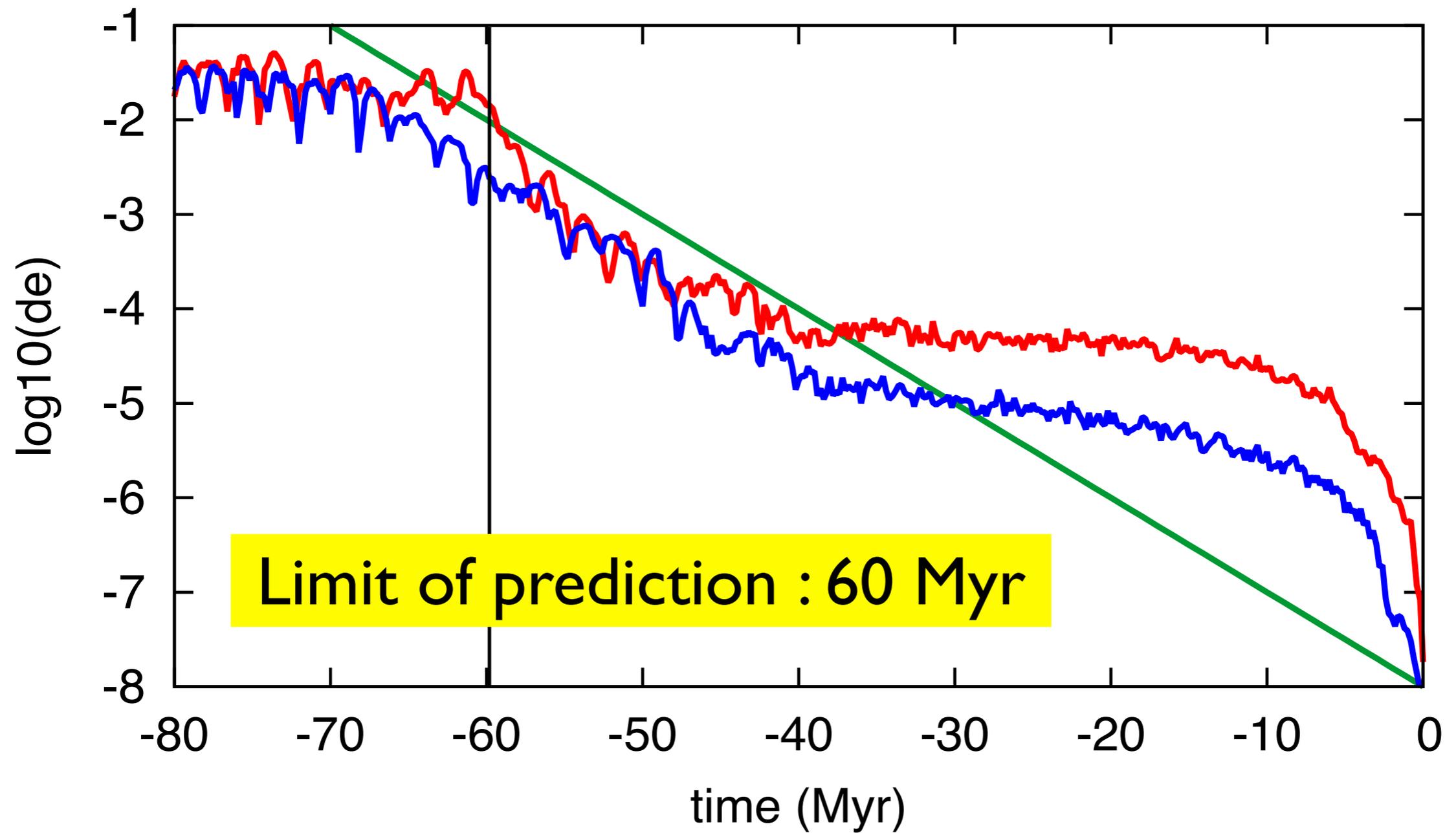
$d_0 = 15\text{m}$

($dI_0 = 1.4 \text{ E-10 rad}$)

Mutual
perturbations

No
Mutual
perturbations

Eccentricity of the Earth



Limit of prediction : 60 Myr

Asteroid mutual interactions

No Asteroid mutual interactions

First Conclusions

To increase the validity of the solution
beyond 60 Myr , the price to pay

is not

a factor of 10 improvement for each 10 Myr,

but

a factor of 10 improvement for each 50 kyr

15 m -> 60 Myr

First Conclusions

To increase the validity of the solution
beyond 60 Myr , the price to pay

is not

a factor of 10 improvement for each 10 Myr,

but

a factor of 10 improvement for each 50 kyr

15 m -> 60 Myr

15 mm ->

First Conclusions

To increase the validity of the solution
beyond 60 Myr , the price to pay

is not

a factor of 10 improvement for each 10 Myr,

but

a factor of 10 improvement for each 50 kyr

15 m -> 60 Myr

15 mm -> 60.150 Myr

First Conclusions

To increase the validity of the solution
beyond 60 Myr , the price to pay

is not

a factor of 10 improvement for each 10 Myr,

but

a factor of 10 improvement for each 50 kyr

15 m -> 60 Myr

15 mm -> 60.150 Myr

15 μm ->

First Conclusions

To increase the validity of the solution beyond 60 Myr , the price to pay

is not

a factor of 10 improvement for each 10 Myr,

but

a factor of 10 improvement for each 50 kyr

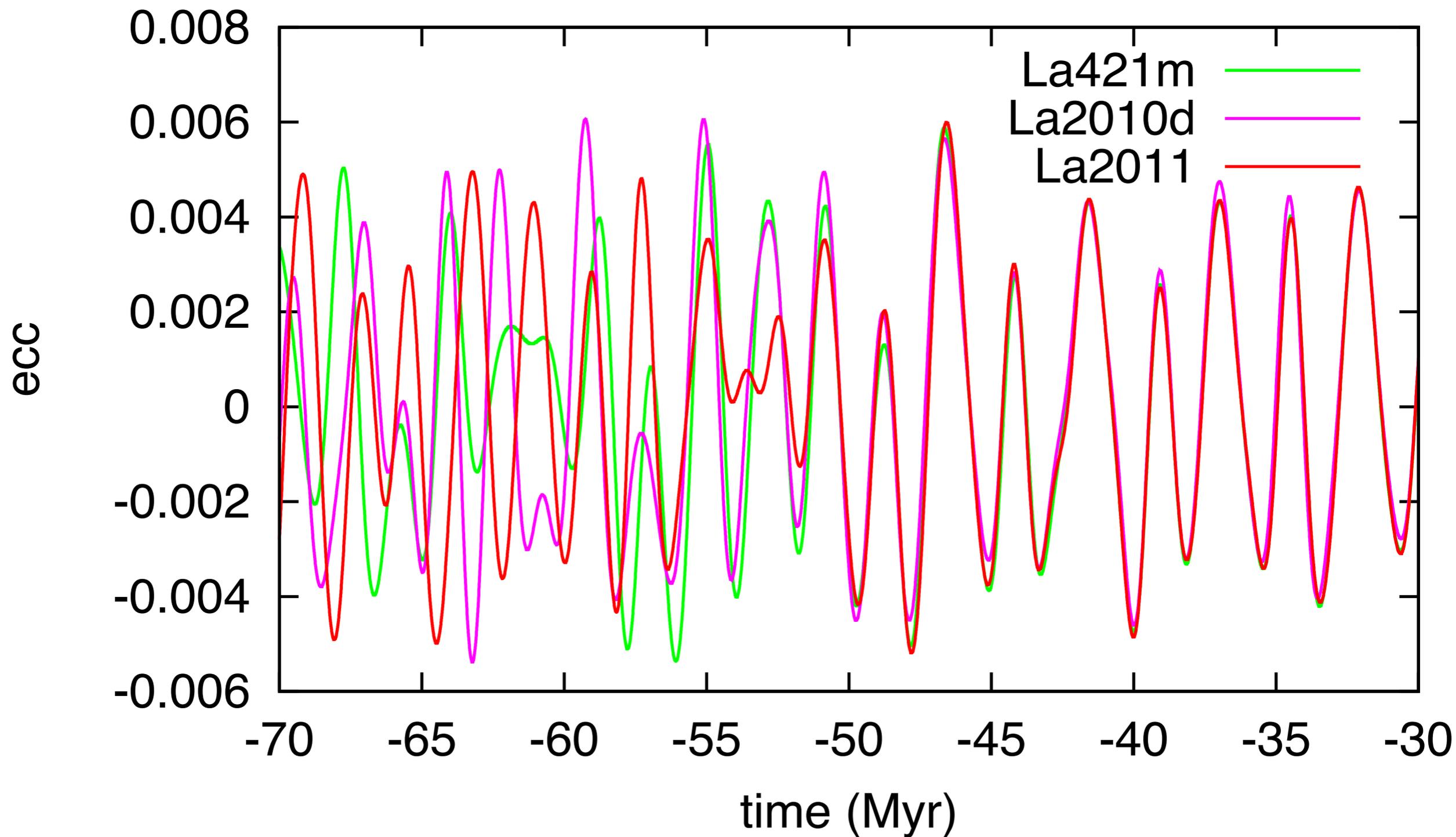
15 m -> 60 Myr

15 mm -> 60.150 Myr

15 μm -> 60.300 Myr

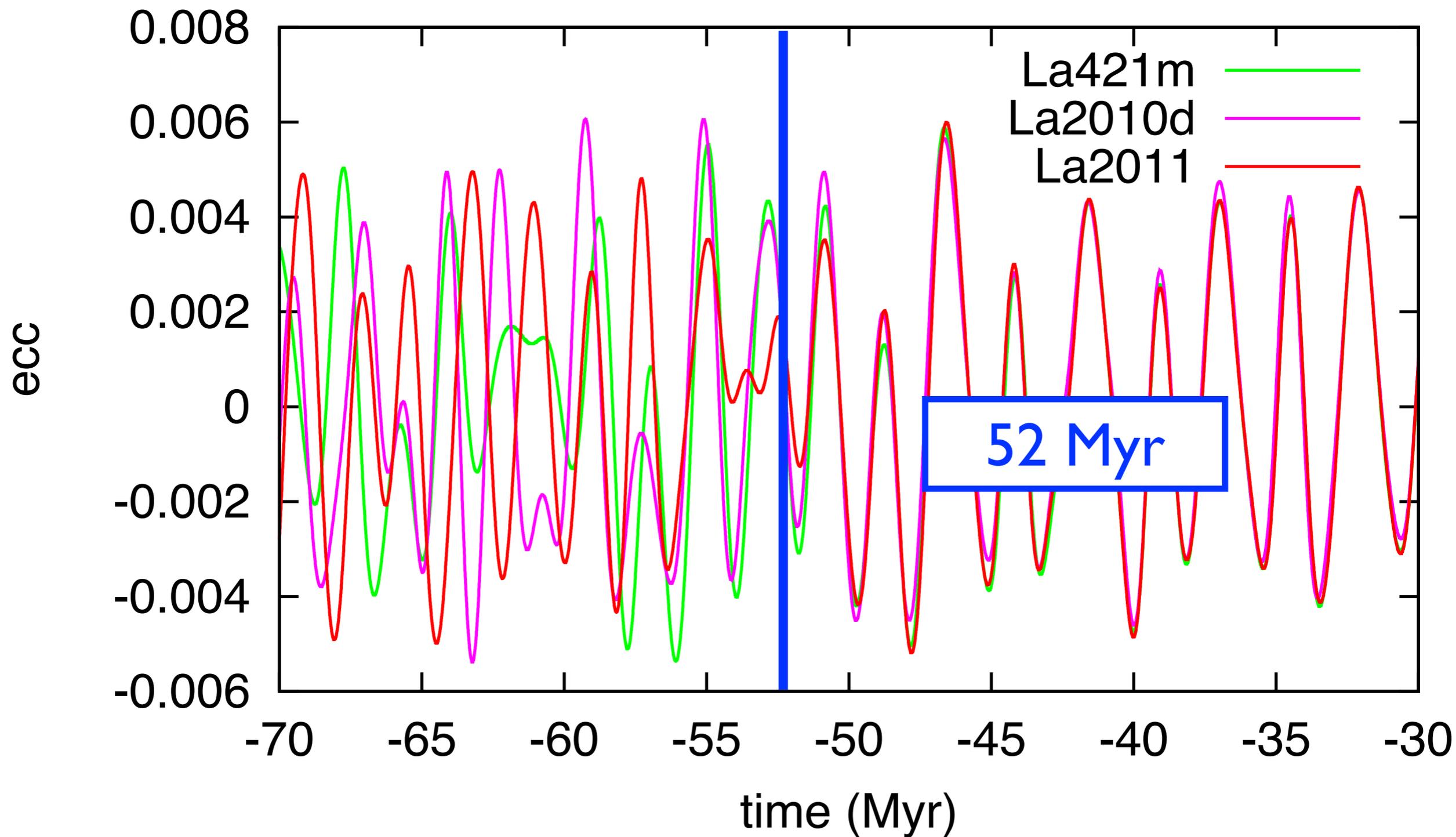
The 2.4 Myr term

[0:1.1"/yr] (>1.18 Myr)



The 2.4 Myr term

[0:1.1"/yr] (>1.18 Myr)



Le calcul, l'imprévu

Déterministe mais aléatoire

Nous en arrivons au moment où il nous faut être constructif. Nous avons démoli la vieille maison : que construirons-nous à la place ? L'icône ancienne était l'orbite képlérienne, plane, elliptique et périodique, peut-être légèrement altérée par de petites perturbations, en tout cas essentiellement prévisible et calculable : la Terre tourne autour du Soleil, aujourd'hui, demain, éternellement. Cette icône s'est révélée menteuse, l'orbite képlérienne s'est dissoute dans un halo, et personne ne sait si la Terre tournera toujours autour du Soleil. Quelle nouvelle image proposons-nous ?

Beyond 60 Myr

Statistical View

Full System

8 Planets + Pluto

General Relativity

Contribution of the Moon



Jade (CINES)

Search for a small probability $\sim 1\%$

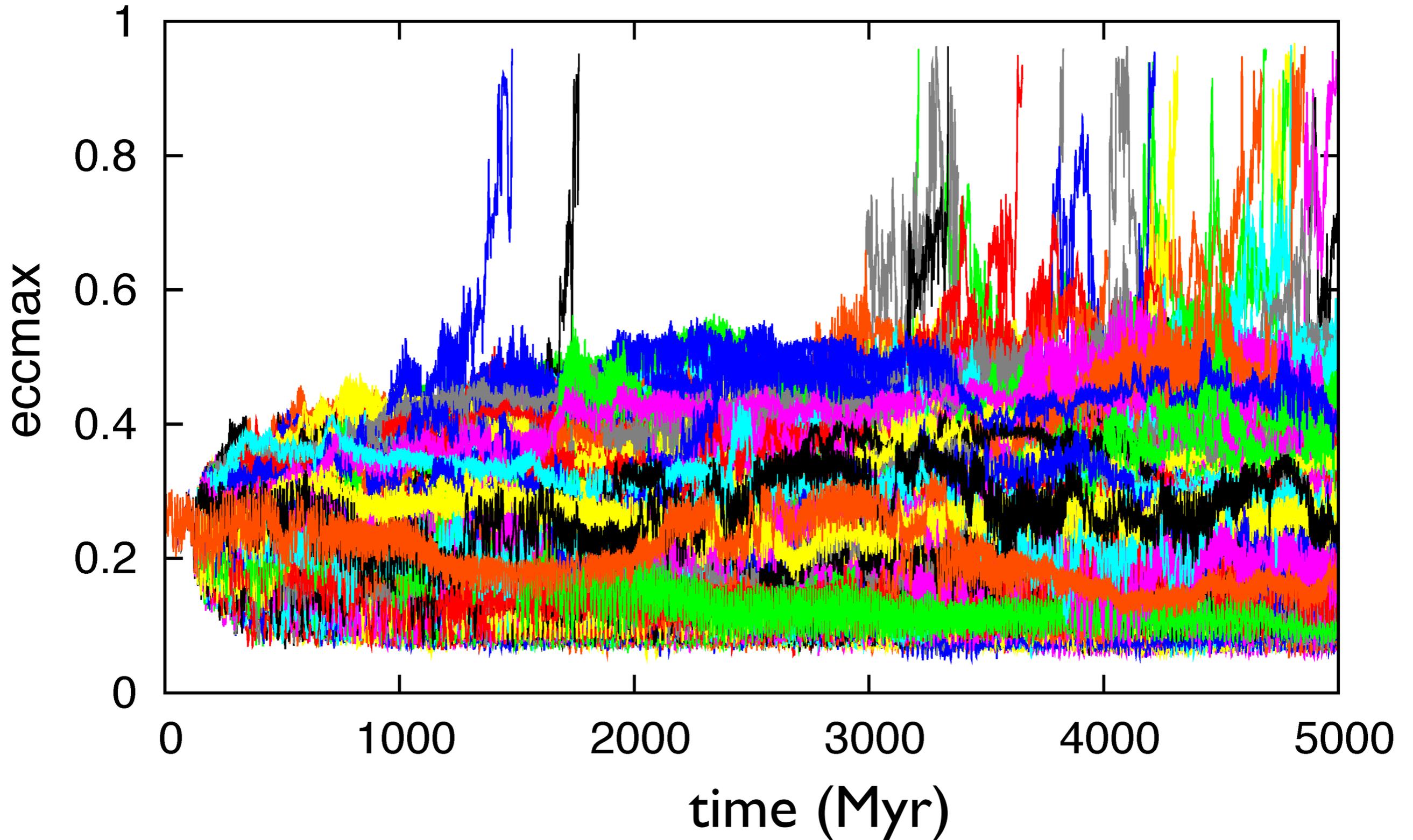
2500 solutions over 5 Gyr

CI : diff. of 0.38 mm in Mercury semi-major axis

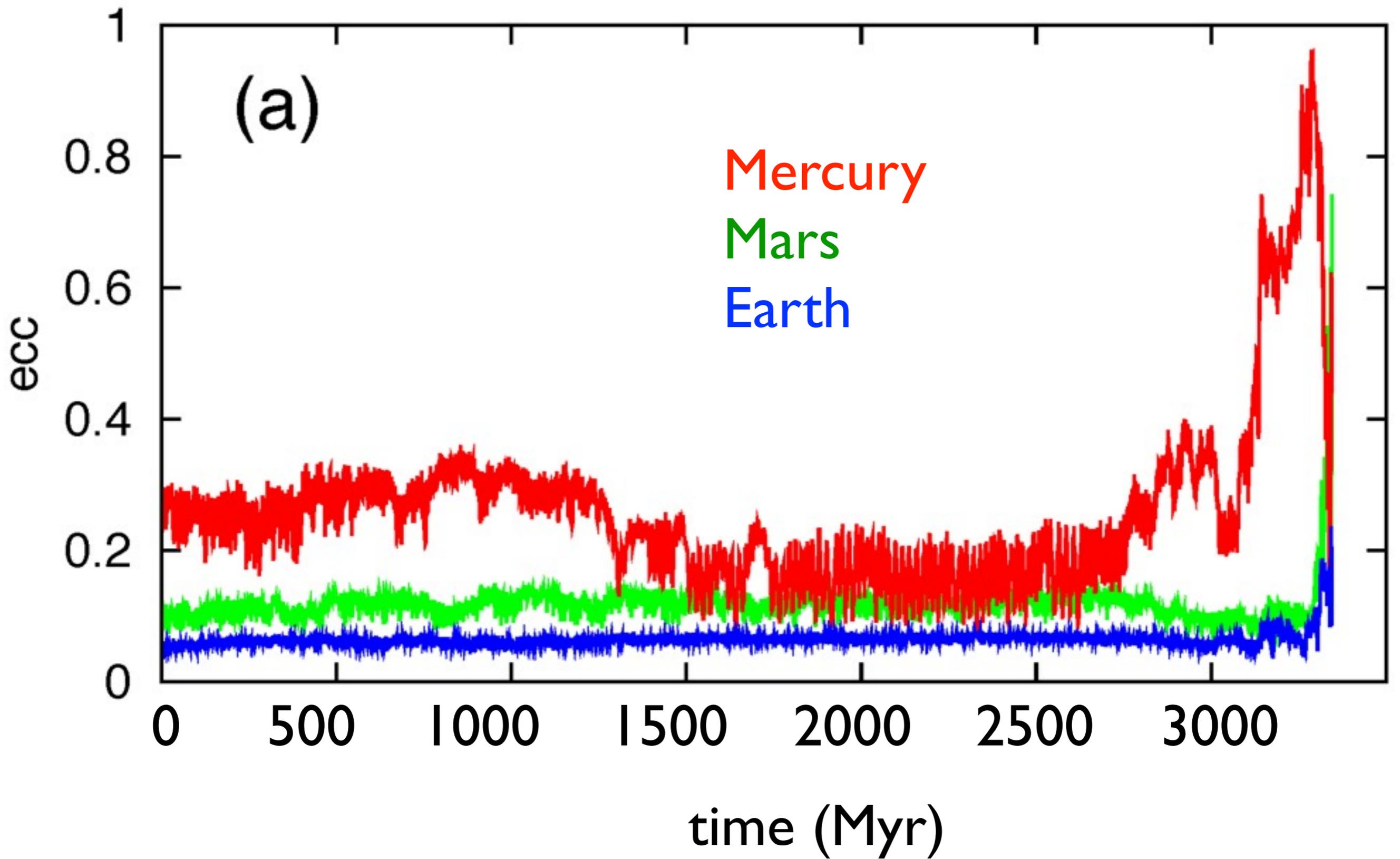
6-7 millions hours of CPU

(Laskar & Gastineau, Nature, 2009)

Max eccentricity of Mercury **WITH** relativity
direct equations (2501 sol)
(0.38 mm)



Max Eccentricity

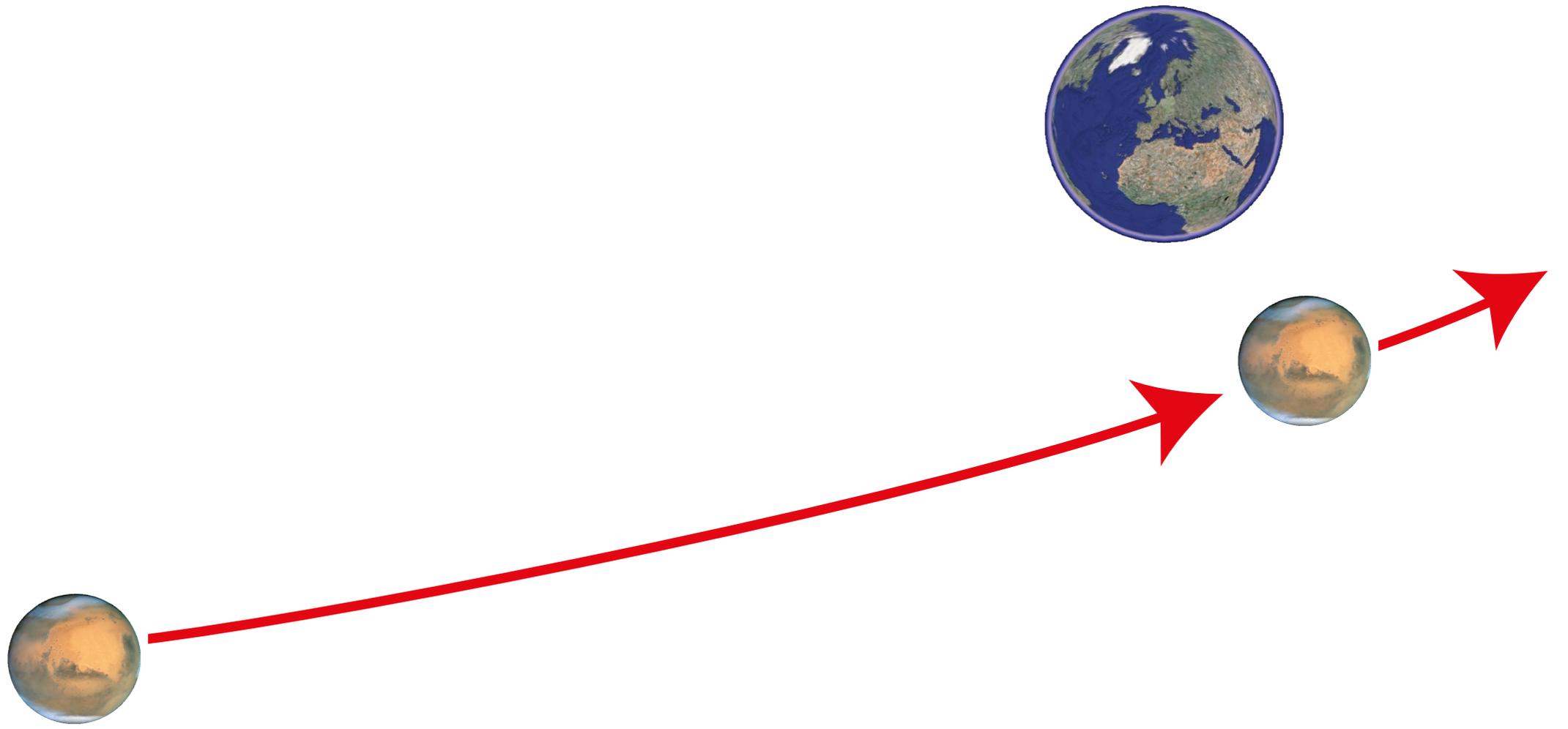


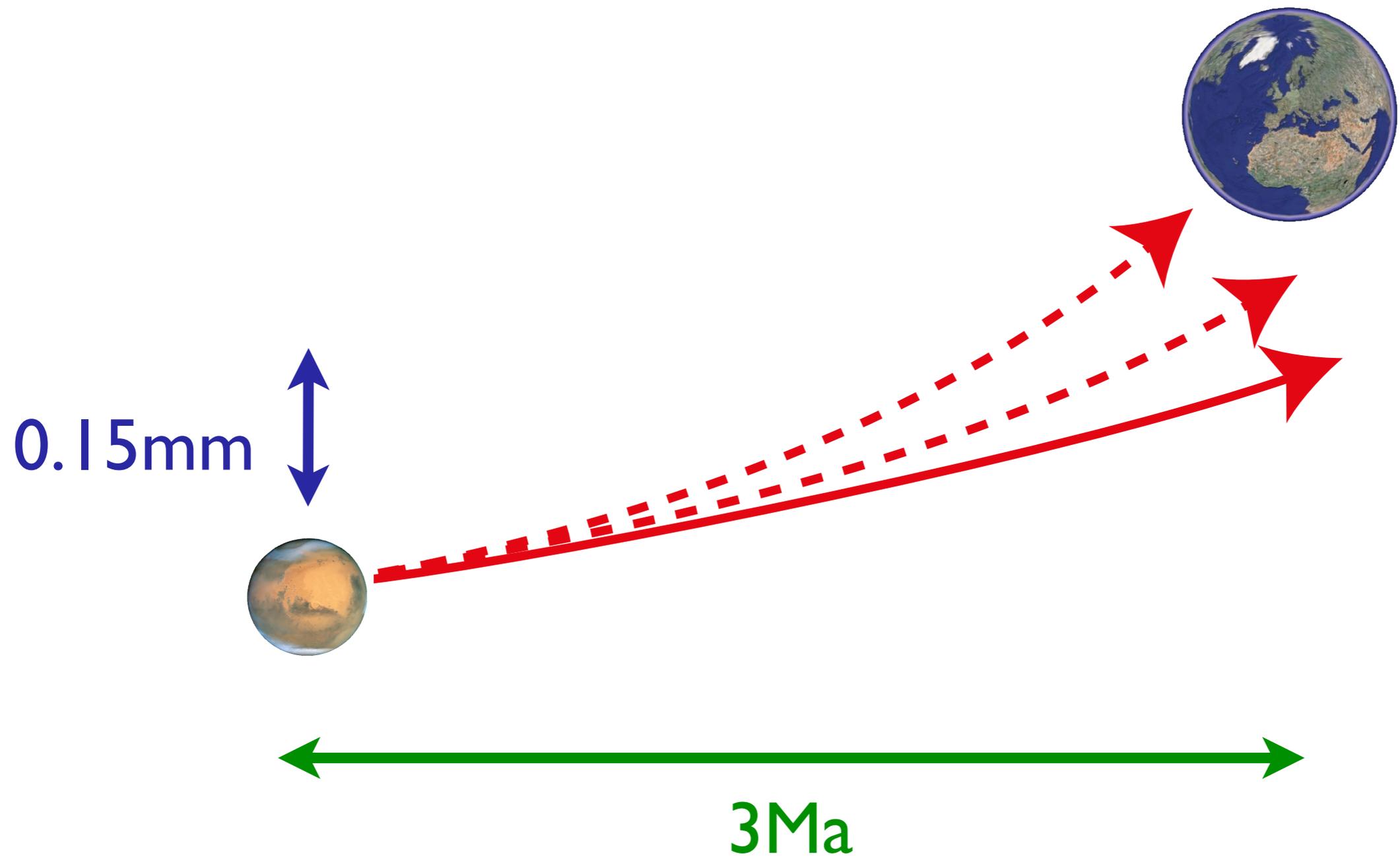
outcome of the

21 solutions with eccentricity above 0.9

6	Collision of Mercury with Venus
9	Collision of Mercury with the Sun
5	Reach 5 Gyr before collision (M-V 1800 km)
1	close encounter Mars-Earth (794km) then collision of Mars with the Sun







201 solutions

started at 3.344298 Gyr

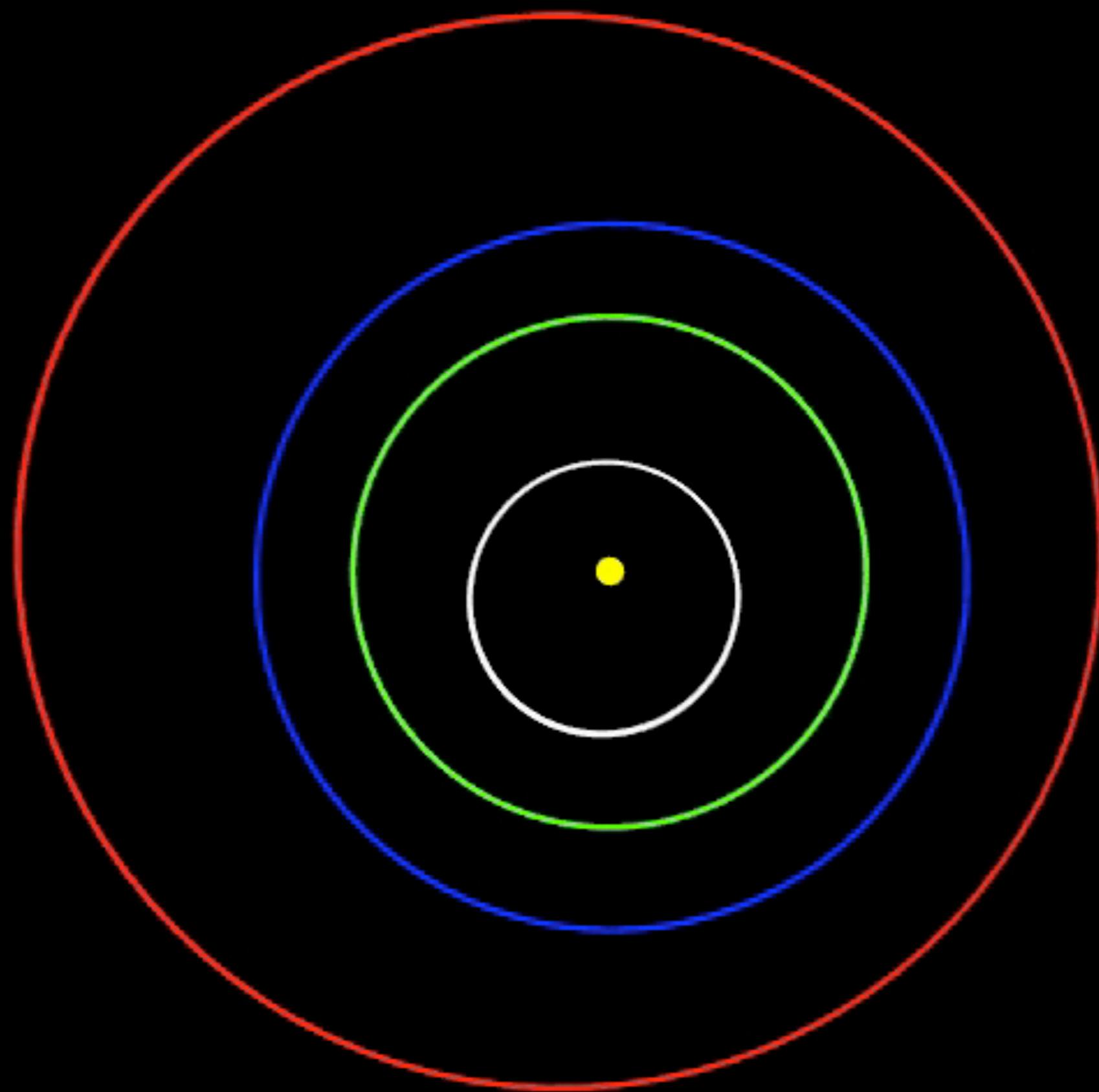
diff. of 0.15 mm in Mars semi-major axis

201 solutions

started at 3.344298 Gyr

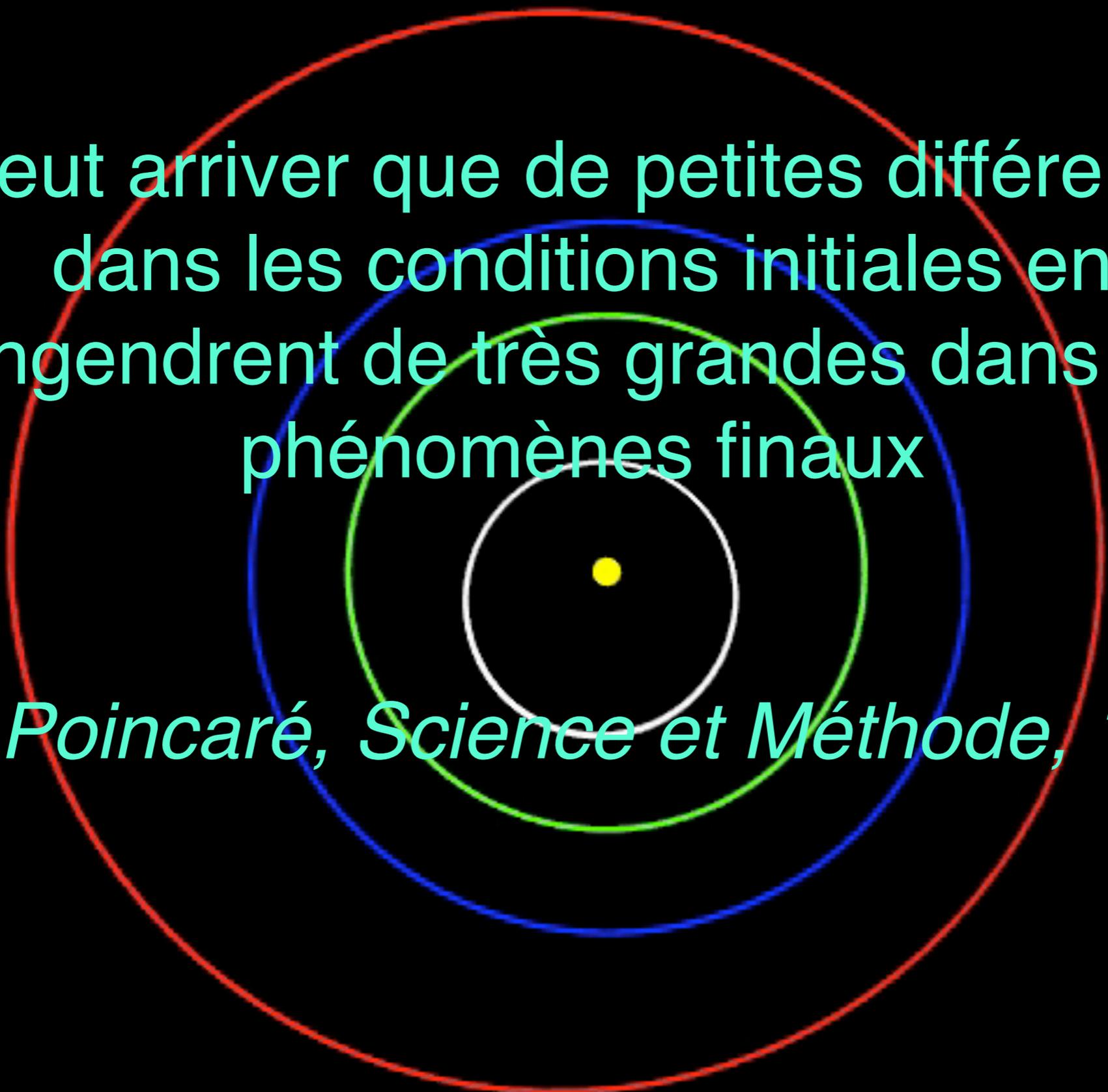
diff. of 0.15 mm in Mars semi-major axis

33	Sun-Mercury
48	Sun-Mars
43	Mercury-Venus
1	Mercury-Earth
1	Mercury-Mars
18	Venus-Earth
23	Venus-Mars
29	Earth-Mars
5	ejection of Mars



1 kyr

(c) ASD/MCCE-CNRS

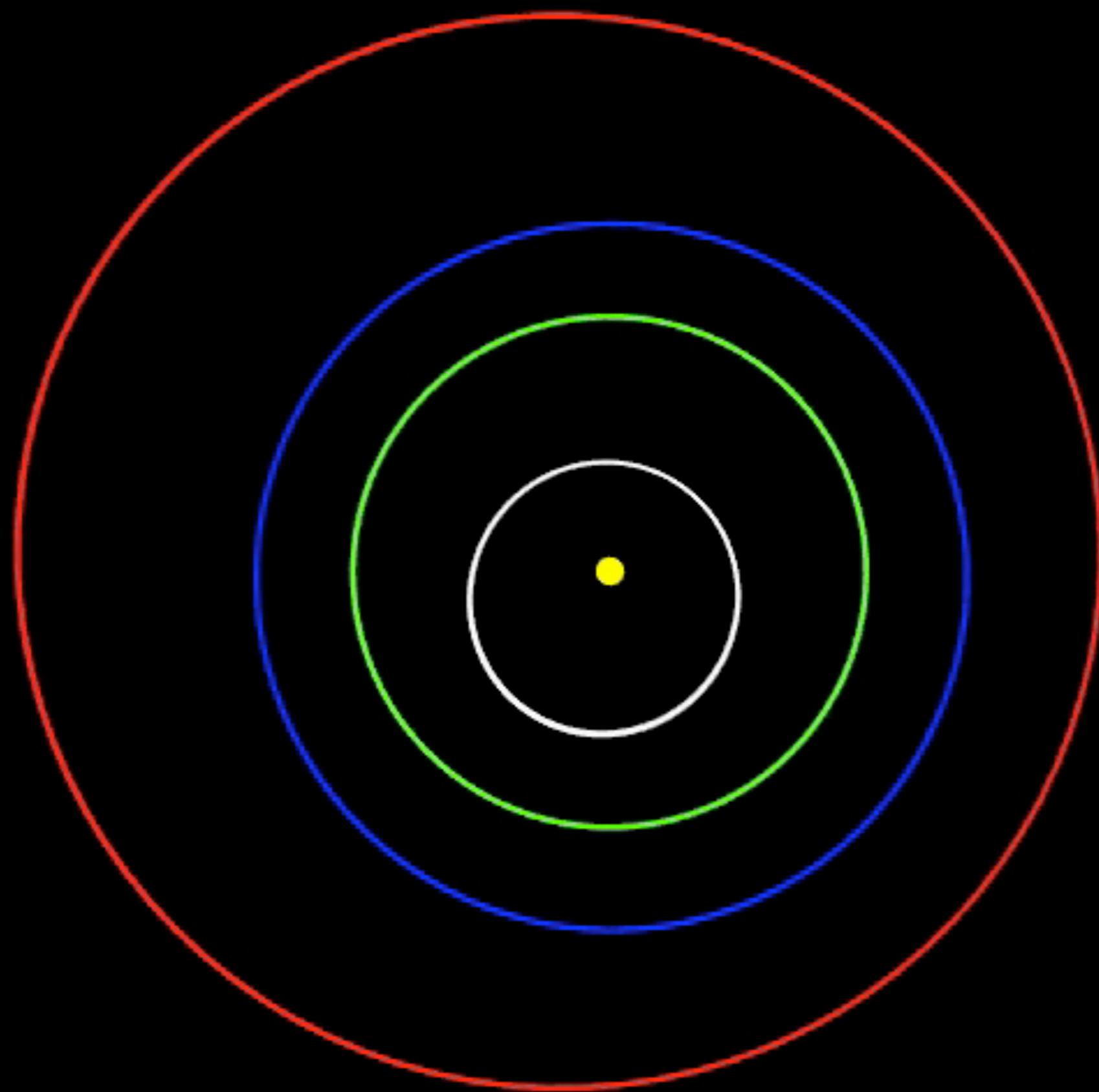


il peut arriver que de petites différences
dans les conditions initiales en
engendrent de très grandes dans les
phénomènes finaux

(H. Poincaré, Science et Méthode, 1908)

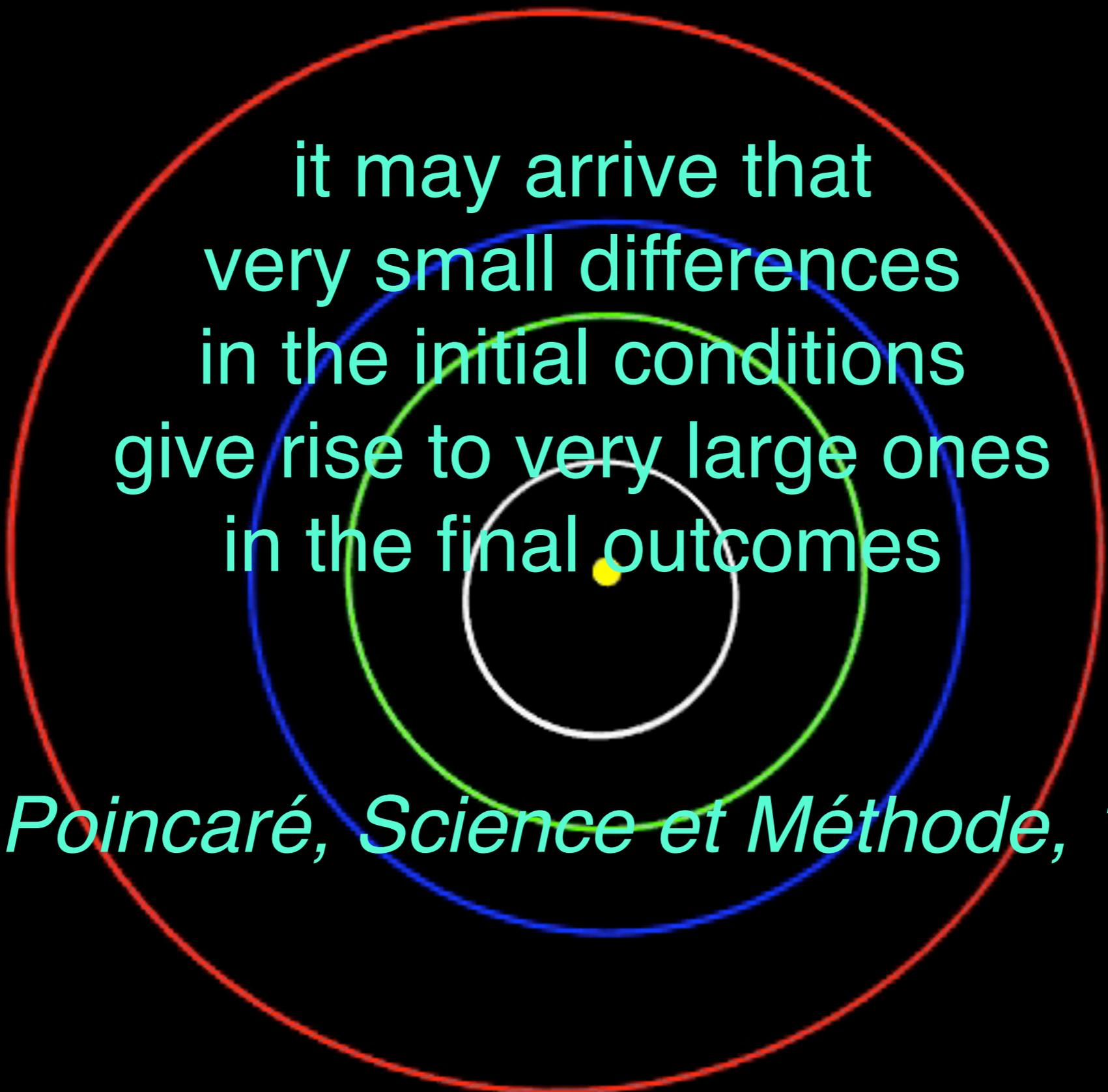
1 kyr

(c) ASD/IMCCE-CNRS



1 kyr

(c) ASD/MCCE-CNRS



it may arrive that
very small differences
in the initial conditions
give rise to very large ones
in the final outcomes

(H. Poincaré, Science et Méthode, 1908)