



***Le Calcul, l'imprévu at thirthy:
Unexpectedness in the history of
dynamical systems and chaos***

David Aubin (UPMC, IMJ-PRG)
June 2014

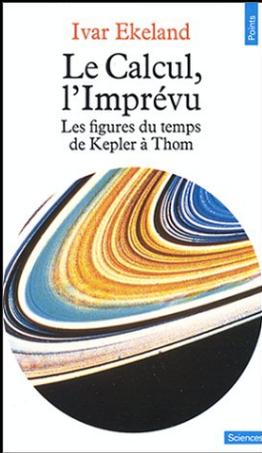
Conference in honour of Ivar Ekeland
Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 1

Sommaire

- Introduction: *Le Calcul, l'imprévu*
– Résumé et analyse historiographique
- Le Chaos, science normale?
– Catastrophes, chaos et IHES
– Les ingénieurs et les systèmes dynamiques
- Conclusion: les imprévus de l'histoire?

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 2

Le Calcul, l'imprévu (1984)



Ivar Ekeland
**Le Calcul,
l'Imprévu**
Les figures du temps
de Kepler à Thom

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 3

Chap. 1: « La musique des sphères »

- Les lois de Kepler:
 - « Un nouveau mode d'explication s'est cristallisé en une représentation géométrique simple, une image qui, à son tour, va modeler l'intuition des chercheurs pour des générations. Elle connaîtra son heure de gloire, accumulant les succès au point que les contemporains croiront posséder les clés de l'univers, et nous aurons à nous demander si nous ne vivons pas aujourd'hui l'époque de déclin » (p. 25).
- La mécanique céleste.
 - Nouvelles méthodes (l'analyse), nouveaux succès (Neptune),
 - Mais pas de remise en cause des fondements.
- Le déterminisme classique
 - La science normale?
 - « Le jeune chercheur ne pensera avoir fait œuvre utile que s'il présente à ses collègues un modèle ayant les propriétés de régularité que l'on attend. Ce faisant, il contribue à augmenter le stock d'exemples et à appesantir l'idéologie ambiante » (p. 39).
 - « Dans la recherche scientifique comme ailleurs, nombreux sont les techniciens, mais rares sont les créateurs, ceux véritablement capables d'innover, de sortir des sentiers battus ». (ibid.)

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 4

Chap. 2: « Le cristal brisé »

- Les calculs impossibles
 - Les critiques de Le Verrier:
 - « Je ne puis me défendre de penser que mes illustres collègues du siècle passé, mathématiciens et astronomes, auraient été plus avisés de s'interroger sur les raisons profondes qui rendent les calculs de perturbations si difficile, et leurs résultats si incertains, plutôt que de répandre sans discernement l'idée que la loi de la gravitation, et quelques autres semblables, permettraient de tout expliquer et de tout prévoir » (p. 43-44).
 - La dynamique des anneaux de Saturne → l'échec du calcul, même sur ordinateur.
- L'œuvre de Poincaré (et de Hénon):
 - Figures « fractales » dans l'application de premier retour, dessinées par ordinateur.
- Déterministe mais aléatoire
 - Transformation du boulanger: « une loi purement déterministe peut, si l'information est partiellement occultée (comme elle l'est nécessairement en pratique), se manifester par des phénomènes entièrement aléatoires » (p. 81).
- Instable mais stable
 - Lorenz, la transformation en fer à cheval de Smale, les attracteurs étranges.

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

5

Chap. 3: « Le retour de la géométrie »

- Préambule
 - La « théorie des catastrophes »: l'impression de marcher sur œufs.
- Les systèmes dissipatifs
 - Utiles surtout lorsqu'on connaît la dynamique sous-jacente aux situations d'équilibre.
- Catastrophes
- Théorie
 - « la théorie des catastrophes, contrairement à la rumeur publique, n'apporte pas de connaissance *a priori*, antérieure à toute expérience (...). Ce qu'elle apporte, c'est l'idée d'étudier un système complexe de l'extérieur, par ses réponses à un petit nombre de stimuli bien caractérisés. C'est l'attention portée à certains phénomènes (...). C'est enfin un cadre conceptuel où l'on pourra classer les résultats expérimentaux » (p. 122).
- Critiques
 - Surtout, une défense du projet de Thom.
 - Liste infinie de « catastrophes généralisées »: un cadre au domaine d'applicabilité restreint.
 - Projet « métaphysique plutôt que scientifique ». « Thom a écrit le *Timée* des Temps modernes » (p. 124).
 - « un regard posé sur le monde » (p. 127).
 - Suivre ou pas le projet métaphysique de Thom? La place du temps? Retour à Kepler?
 - « L'entreprise est peut-être folle, et les sept catastrophes élémentaires forment sans doute un répertoire beaucoup trop limité. Mais elle mérite d'être tentée, et édifie un point de vue original sur le temps, à mi-chemin entre la géométrie souveraine et statique de Kepler et Newton, et l'informe et mouvant chaos de Poincaré. Du naufrage de la géométrie surnagent quelques épaves » (p. 141).

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

6

Chap. 4: « Fin et commencement »

- La place du temps? Retour à Kepler?
 - « L'entreprise est peut-être folle, et les sept catastrophes élémentaires forment sans doute un répertoire beaucoup trop limité. Mais elle mérite d'être tentée, et édifie un point de vue original sur le temps, à mi-chemin entre la géométrie souveraine et statique de Kepler et Newton, et l'informe et mouvant chaos de Poincaré. Du naufrage de la géométrie surnagent quelques épaves » (p. 141).
- Les modèles du temps, hors des mathématiques:
 - L'Odyssée, Proust, Darwin (ou Gould), Bosch...

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

7

Une vision « kuhnienne » de l'histoire des sciences?

Un cours au MIT et à Harvard, contexte de la guerre froide.

Publié en 1962 aux USA, réédité en 1970, traduit en 1972, Champs FL en 1983.

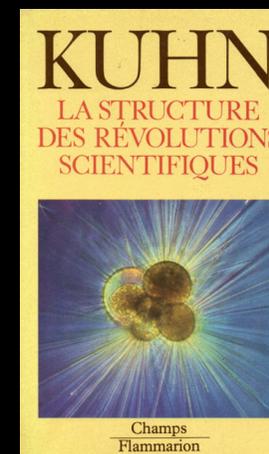
La distinction entre « science normale » et « révolutions scientifiques ».

Paradigmes et matrices disciplinaires.

Anomalies et crises.

Incommensurabilité.

« Incontournable pour construire une posture de chercheur ». Daniel Pinson, Professeur à l'Université Paul Cézanne.



Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

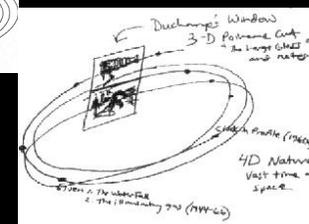
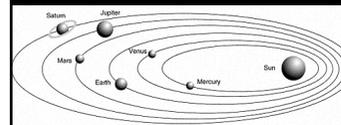
8

« What are Scientific Revolutions ? »

- « Ce fut pendant l'été 1947 que je lus pour la première fois quelques uns des écrits d'Aristote sur la physique (...). Comme on pouvait s'y attendre, j'abordai les textes d'Aristote avec clairement en tête la mécanique newtonienne que j'avais lue précédemment. La question à laquelle j'espérais répondre était celle de savoir quelle était l'étendue des connaissances mécaniques d'Aristote, et de ce qu'il avait laissé à découvrir pour des gens comme Galilée et Newton. Étant donnée cette formulation de la question, je découvris rapidement qu'Aristote n'avait disposé d'à peu près aucune connaissance mécanique. Tout restait à faire pour ses successeurs, surtout pour ceux des XVIe et XVIIe siècle. Telle était la conclusion standard à laquelle menait ma question et elle aurait bien pu être, en principe, correcte. Mais je la trouvais dérangeante parce que, à la manière dont je le lisais, Aristote ne semblait pas simplement tout ignorer de la mécanique, mais il semblait être aussi un terriblement mauvais physicien.
- [...] Habité par ce sentiment, je continuais à réfléchir à ce texte, et mes soupçons se révélèrent finalement fondés. J'étais assis à mon bureau avec le texte de la Physique d'Aristote ouvert devant moi et un crayon quatre-couleurs en main. Levant les yeux, je regardai par la fenêtre au loin d'un air absent – je conserve encore aujourd'hui l'image visuelle de cette scène. Soudainement, les fragments que j'avais en tête s'organisèrent d'eux-mêmes d'une manière nouvelle et trouvèrent chacun leur place les uns à côté des autres. Mes bras en tombèrent car Aristote apparaissait soudain comme un très bon physicien, mais un physicien d'un type que je n'avais jamais imaginé possible. Je pouvais maintenant comprendre pourquoi il avait dit ce qu'il avait dit et la nature de l'autorité qu'il avait eue. »

Autres modèles de révolution

- képlérienne
- poincaréenne?



L'étude de la « science normale »

- « Parmi les gens qui ne sont pas vraiment spécialistes d'une science adulte, bien peu réalisent quel travail de nettoyage il reste à faire après l'établissement d'un paradigme, ou à quel point ce travail peut se révéler passionnant en cours d'exécution. Il faut bien comprendre ceci. C'est à des opérations de nettoyage que se consacrent la plupart des scientifiques durant toute leur carrière. Elles constituent ce que j'appelle ici la science normale qui, lorsqu'on l'examine de près soit historiquement soit dans le cadre du laboratoire contemporain, semble être une tentative pour forcer la nature à se couler dans la boîte préformée et inflexible que fournit le paradigme. La science normale n'a jamais pour but de mettre en lumière des phénomènes d'un genre nouveaux ; ceux qui ne cadrent pas avec la boîte passent même souvent inaperçus. Les scientifiques n'ont pas non plus pour but, normalement, d'inventer de nouvelles théories, et ils sont souvent intolérants envers celles qu'inventent les autres. Au contraire, la recherche de la science normale est dirigée vers l'articulation des phénomènes et théories que le paradigme fournit déjà. ». (p. 46-47).
- Naissance des « sciences studies ».

SYSTÈMES DYNAMIQUES, CHAOS ET CATASTROPHES: SCIENCE NORMALE?

La Vie Collective des Mathématiques

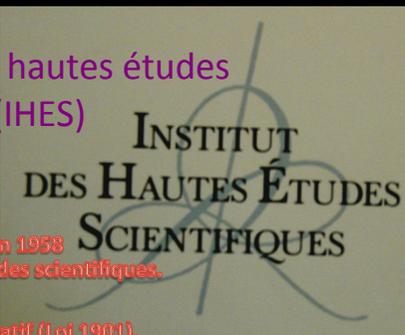
- La thèse d'Anne-Sandrine Paumier, *Laurent schwartz et la vie collective des mathématiques*, soutenance à l'UPMC le 30 juin prochain (14h).
- L'organisation du travail collectif en mathématiques change nettement dans les années d'après-guerre.
- Colloques/séminaires/laboratoires...
- L'innovation perpétuelle devient une exigence, une question de survie en sciences!

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

13

L'Institut des hautes études scientifiques (IHES)



INSTITUT
DES HAUTES ÉTUDES
SCIENTIFIQUES

- **Fondé à Paris le 27 juin 1958 par des industriels et des scientifiques.**
- **Société à but non-lucratif (Loi 1901).**
- **But : « favoriser et faire effectuer des recherches scientifiques théoriques dans les domaines des mathématiques pures, de la physique théorique et de la méthodologie des sciences de l'homme. »**

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

14

Contexte politique



- **29 mai 1958:** René Coty fait appel au Général de Gaulle.
- **1^{er} juin:** de Gaulle investi par le Parlement.
- **17 juin:** réunion ministérielle à propos de la coordination et du développement de la recherche scientifique.
- **25 juin:** ministre d'Etat Louis Jacquinot chargé de rédiger un rapport sur le financement de la recherche.

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

15

Les initiatives politiques

- La recherche scientifique dans le III^e Plan (1954).
- Colloque de Caen (1956); de Grenoble (1957).
- Conseil Supérieur de la Recherche Scientifique et du Progrès Techniques (1954)
- DGRST (1958)
- Comité consultatif de la recherche scientifique (« les 12 sages », présidé par M. Ponte de la CSF)
- DRME.
- CNES, INSERM, INRIA...
- Les réseaux informels.
 - A. Malraux et G. de Gaulle-Antonioz
 - Comité A. Sauvy.
 - P. Lelong; A. Lichnérowicz.

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

16

L' IHES

- **Premier directeur :**
Léon Motchane
(1900-1990).



Un modèle : l' IAS de Princeton.
Le rôle de Robert Oppenheimer,

- **Premiers professeurs:** Jean Dieudonné
Alexander Grothendieck.

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

17

Financé par :



Régie Renault,
Esso-Standard,
Sovirel,
Pont-à-Mousson,
Saint-Gobain,
Électricité de France,
Compagnie générale de TSF,
Commissariat à l' Énergie atomique,
Fiat, Montecatini et IBM-Europe.

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

18

Les buts de l' IHES

Note de Léon Motchane à Pierre Ailleret, Directeur général
des études et recherches chez Électricité de France (7 mai
1958)

« Aucun sujet de recherche ne serait imposé aux savants
appartenant à l'Institut de Recherches Fondamentales
(I.R.F.) dont la fondation est prévue actuellement, de
même que toute recherche orientée est bien entendu hors
de question, la liberté de choix étant le gage
principal du succès.

« Cependant, la sélection de la qualité des savants
réunis au sein d'I.R.F. permet d'affirmer que le
problème crucial de la physique théorique va être
attaqué en collaboration par des mathématiciens et des
physiciens: à savoir, la structure de la matière et la
théorie des particules. [...]

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

19

Note à Ailleret (suite)

« On pourrait se demander quel pourrait être le
premier problème pratique important auquel
aboutirait les études théoriques définies plus
haut. La réponse est facile à donner: il s'agit
évidemment de la transformation directe de
l'énergie nucléaire en énergie électrique,
transformation qui éviterait toute réaction
thermonucléaire [...].

« On ne voit actuellement que trois endroits où de
tels progrès pourraient être espérés: États-Unis
(Princeton), U.R.S.S. (Moscou) et Europe (Paris,
éventuellement I.R.F.). [...]

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

20

Note à Ailleret (fin)

« l'absence d'un tel centre [en Europe occidentale] qui entraînerait le manque total d'une équipe de savants entraînés et avisés serait grave car cette absence créerait un obstacle insurmontable empêchant de franchir le seuil entre la théorie et la pratique: on mettra des années à former des **interprètes** capables d'instruire les techniciens.

« [...] Non seulement ces considérations justifient une subvention importante [de la part de l'EDF], mais il serait également à souhaiter que dès la formation du centre, un ou deux jeunes physiciens engagés par cette organisation bénéficient de l'enseignement d'I.R.F. qui est public et ouvert à tout le monde, afin d'être capables au moment venu de servir d'**interprètes** entre les savants et les ingénieurs. »



Prémisse idéologique

- La recherche fondamentale fournit des fruits à long terme.

« je crois qu' on ne le répétera jamais assez ! En général, on touche les bénéfices de la Recherche fondamentale beaucoup plus tard que ceux de la Recherche appliquée. Mais ils se révèlent, en moyenne, considérablement plus grands. Au total, le Recherche fondamentale constitue le placement le plus avantageux de l'humanité. »

—François Le Lionnais (1961).

Même la géométrie algébrique !

« fidèles à notre conception de la recherche fondamentale, nous nous sommes tournés vers les savants qui sont attirés et intéressés par les problèmes nouveaux d'une grande généralité, problèmes qui de ce fait se trouvent être parmi les plus difficiles. Il a appartenu à Grothendieck, venant après André Weil, [Jean] Leray et [Jean-Pierre] Serre, de créer à son tour un langage nouveau, et partant, de renouveler les méthodes de la géométrie algébriques, méthodes puissantes, originales, qui pourront servir avec succès ailleurs. »

—Léon Motchane (1960).

Les cours de Grothendieck



Le Bois-Marie: un lieu de science



- Les bureaux
- Le bâtiment administratif et le « salon. »



Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

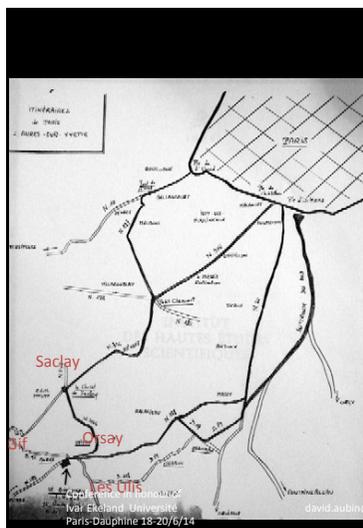
25

La bibliothèque



Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr



Bures-sur-Yvette

- Un « campus » dans une « vallée » à l'Américaine?
- Gif-sur-Yvette (CNRS).
- Saclay (CEA).
- Orsay (Faculté).
- Industrie?
- Le problème des Ulis?

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

27

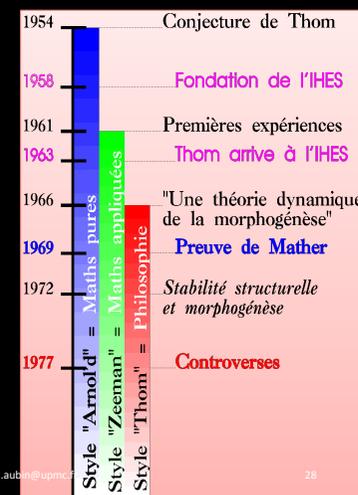
Chronologie

Trois points de vue (selon Guckenheimer 1980)



Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr



28

Point de vue dit de « Arnol' d »

- Théorie des catastrophes
= théorie des singularités.
- « A solid part of mathematics » with « solid “applications.” »
- S'applique dans les cas où la dynamique est clairement identifiée à une fonction potentielle.

Point de vue dit de Zeeman

- Théorie des catastrophes
= catastrophes élémentaires.
- Méthode servant à la modélisation de phénomènes discontinus dépendant de variables internes continues.

Point de vue dit de Thom



- Théorie des catastrophes
= « A way of life. »
- Méthode (heuristique) et philosophie (herméneutique) servant à comprendre le monde, à le rendre intelligible.

Les sources de Thom pour la théorie des catastrophes

- **Topologie**
→ l'outillage de la TC.
- **Embryologie**
→ les objets de la TC.
- **Structuralisme**
→ l'interprétation de la TC.

Topologie

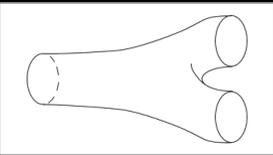
- Travaux de topologie différentielle (cobordisme).
- Théories des singularités (parallèle avec programme de Smale en systèmes dynamiques).
- **Généricité et stabilité structurelle.**
- « Topology of the Brain » de E.C. Zeeman.

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 33

Cobordisme

- $\Omega^0 = \mathbb{Z}; \Omega^1 = \Omega^2 = \Omega^3 = 0; \Omega^4 = \mathbb{Z}; \Omega^5 = \mathbb{Z}_2; \Omega^6 = \Omega^7 = 0.$
- When topology is in a « stage of vigorous [...] Algebraicization, [there is the danger of] totally ignoring the geometrical content of topological problems. In regard to this danger, I find that Thom's accomplishments have something that is extraordinarily encouraging and pleasing. While Thom masters and naturally uses modern mathematical methods and while he sees the algebraic side of his problems, his fundamental ideas [...] are of a perfectly geometric-anschaulich nature. »

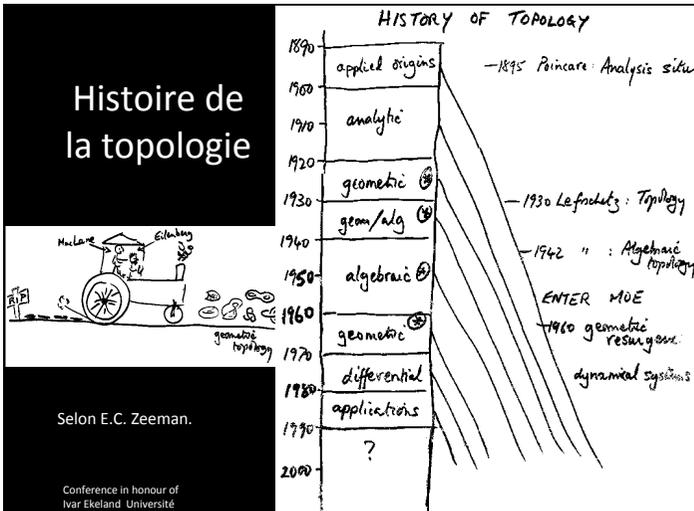
H. Hopf (1956).



Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 34

Histoire de la topologie

Selon E.C. Zeeman.



Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14

Théorie des Singularités

- Séminaire Bourbaki 1956 : Classification des singularités des fonctions réelles **génériques.**
- Hassler Whitney, théorie de Morse.
- Problème: déploiements universels. famille $F(x,u)$, telle que $F(x,0) = f(x)$.
- Systèmes dynamiques— Peixoto, Smale. (**stabilité structurelle**).
- Preuve de John N. Mather (1969).

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 36

Les 7 catastrophes élémentaires

Type	Thom's Name	Arnold's Symbol	n	codim	Geom	Equivalent germ f_0	Potential \mathcal{P} (= unfolding)	Bifurcation set
Cuspoids	Fold	A_1	1	1	x^2	$\frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2}x^2 - ax$	\bullet
	Cusp	A_2	1	2	x^3	$\frac{1}{6}x^3$	$\frac{1}{6}x^3 - ax - \frac{1}{2}bx^2$	\wedge
	Saddle-node	A_3	1	3	x^4	$\frac{1}{24}x^4$	$\frac{1}{24}x^4 - ax - \frac{1}{2}bx^2 - \frac{1}{6}cx^3$	\diamond
	Butterfly	A_4	1	4	x^5	$\frac{1}{120}x^5$	$\frac{1}{120}x^5 - ax - \frac{1}{2}bx^2 - \frac{1}{6}cx^3 - \frac{1}{24}dx^4$	\star
Umbilics	Hyperbolic	D_4^+	2	3	x^2y^2	$\frac{1}{4}(x^2+y^2)^2$	$\frac{1}{4}(x^2+y^2)^2 - ax - by + 2cxy$	
	Elliptic	D_4^-	2	3	x^3-y^3	$\frac{1}{3}x^3 - xy^2$	$\frac{1}{3}x^3 - xy^2 - ax + by + c(x^2+xy)$	
	Parabolic	D_5	2	4	x^2y^3	$x^2y^3 + y^4$	$x^2y^3 + ax + by + cx^2 + cy^2$...

L'art du topologue

« A côté de l'analyse classique, essentiellement linéaire, il y a le domaine pratiquement inexploré de l'analyse non linéaire; là, le topologue peut espérer encore mieux utiliser ses méthodes, et peut-être sa qualité essentielle, à savoir la vision intrinsèque des choses. »

—Thom (1966).

Les « **topologues appliqués** » de l' IHES.

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 david.aubin@upmc.fr 38

Le cusp (Zeeman 1995)

Conference in honour of Ivar Ekeland Université Paris-Dauphine 18-20/6/14 39

Modélisation

FIVE QUALITATIVE PROPERTIES OF THE CUSP.

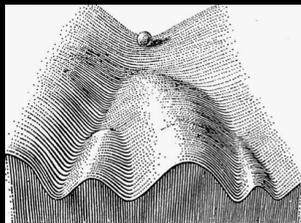
« If you ever come across a scientific phenomenon displaying one of these qualities, check if any of the others are present, and, if so, see if there is a hidden cusp catastrophe underlying the phenomenon. »

.fr 40

Embryologie

- Œuvres de Waddington (chréodes).
- Moyen de modéliser les phénomènes en termes de finalités.

Attracteurs.



Structuralisme

- Linguistique et sémantique.
- Explications non réductionnistes.
 - Morphogenèse (les formes);
 - Mésoscopique;
 - Stabilité = une idéalité mathématique (Logos);
 - Qualitatif; indépendance du substrat; impossibilité du contrôle expérimental.
 - Intelligibilité.

La TC et les maths applis

- Arguments de Thom:
 - Opposition entre prédictions chiffrées et explications.
 - Impossibilité du contrôle expérimental.
 - Indépendance du substrat.
- Style de Thom:
 - Ne développe presque aucun modèle détaillé.
 - Mathématiques comme métaphores.
 - Besoin d' « interprètes. »

La TC et les maths pures

🌀 Inspirations exogènes des mathématiques de Thom :

« après un long isolement (relatif, bien sûr), les mathématiciens éprouvent le besoin de respirer l'air extérieur. Par exemple, il me plaît que Thom nous montre comment une des branches les plus ésotériques des mathématiques, la topologie différentielle, peut alimenter sa réflexion avec la biologie, la mécanique statistique, voire la linguistique, et peut réciproquement essayer de poser des problèmes à ces sciences [...]. C'est, je crois, une *illusion* de penser qu'un développement des mathématiques fondé uniquement sur les grands problèmes légués par le passé et le dynamisme interne de notre science pourrait se poursuivre indéfiniment, sans qu'il en résulte à la longue de grands dommages. Il me semble que cette façon de voir n'a rien à voir avec un utilitarisme étroit et borné. »

—Bernard Malgrange (1975).

Rigueur?

☞ Opposition radicale de Thom à la rigueur mathématique :

- « L'absolue rigueur n'est possible que dans et par l'insignifiance. »
- « essentiellement une question d'intendance. »

• —René Thom (1972).

Trois types de réponses à l'accord entre mathématiques et réalité

- « 1° La première attribue cet accord à une "harmonie préétablie" entre mathématique et réalité. [...] Dieu fait toujours de la géométrie.
- « 2° La deuxième attribue l'apparition de la structure mathématique à un phénomène d'équilibre local, ou, comme on le dit en Mécanique, à la solution d'un problème d'extrémalité.
- « 3° La troisième—qui est celle de notre modèle—attribue l'apparition de la structure à une hypothèse de *généricité* : en toute circonstance, la nature réalise la morphologie locale la moins complexe compatible avec les données initiales locales.
- « La première réponse est pure métaphysique. La seconde peut être considérée comme scientifique, parce que susceptible, parfois, d'un contrôle quantitatif. [...] La troisième [...] offre un moyen d'expliquer la présence des structures, [elle] justifie dynamiquement leur apparition et leur stabilité. »

—René Thom (1974).

Atmosphère de l'IHÉS

favorable à l'utilisation concrète de théories abstraites.

« [A]lors que dans le passé les relations sur le plan scientifique entre les divers permanents à l'IHÉS étaient pratiquement nulles, tant entre les physiciens et les mathématiciens qu'entre Thom et moi, cette situation est en train de changer depuis quelques mois. [...] Zeeman a fait de grands efforts pour populariser les idées de Thom sur les modèles mathématiques universels (les "catastrophes") en sciences naturelles, et il m'a convaincu de l'importance de ces idées et de la nécessité de les assimiler. [...] Pour ma part, [...] j'envisage sérieusement de mettre à profit les conditions de travail exceptionnelles que j'y trouve [à l'IHÉS] pour consacrer quelques années à acquérir certaines connaissances de base dans les sciences naturelles, notamment physique et biologie avec l'espoir de pouvoir par la suite contribuer à une attaque interdisciplinaire de certains problèmes, trop soumis à présent aux seuls spécialistes. »

—Grothendieck à Motchane (26/1/1970).

Autonomie des mathématiques.

« M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels ; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain »

—Jacobi cité par Jean Dieudonné.

Une coupure essentielle

Mathématiques pures et mathématiques appliquées « sont deux démarches de l'esprit *très différentes* qu'il vaudrait mieux appeler “mathématiques” et “applications des mathématiques.” »

—Jean Dieudonné.

L'énigme philosophique du bourbakisme

« Qu'il y ait une connexion étroite entre les phénomènes expérimentaux et les structures mathématiques, c'est ce que semble confirmer de la façon la plus inattendue les découvertes récentes de la physique contemporaine; mais nous en **ignorons** totalement les raisons profondes, [...] et nous les **ignorerons** peut-être toujours. [...] La mathématique apparaît en somme comme un réservoir de *formes* abstraites —les structures mathématiques; et il se trouve—**sans que l'on sache bien pourquoi**—que certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler en certaines de ces formes. »

—N. Bourbaki (1948).

Rôle social des mathématiques

« Why have some of the most intricate theories in mathematics become an indispensable tool to the modern physicist, to the engineer, and to the manufacturers of atom-bombs? Fortunately for us, the mathematician does not feel called upon to answer such questions, nor should he be held responsible for such use or misuse of his work. »

—N. Bourbaki (1949).

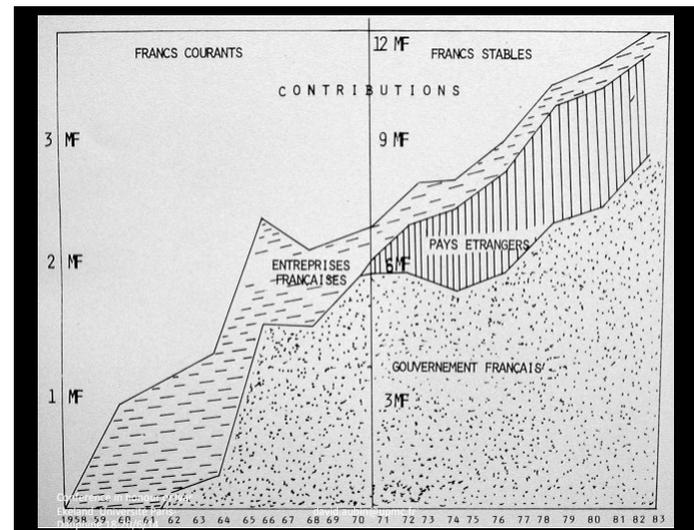
Les tracts soixante-huitards

« Les mathématiques au service de l'ordre: un discours clos [...] terroriste dans lequel les scientifiques enferment leurs interlocuteurs; [...] juger un discours sur sa seule cohérence interne, [c'est] accepter de naviguer que dans la mare des valeurs de l'idéologie dominante. »

Démission de Grothendieck (1970).
Crédits militaires de l'IHES = 3,5%.

Rôle social des mathématiques 2

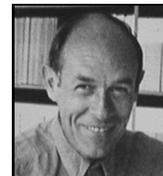
- « Ne servant à rien, [les groupes d'homotopie] sont du moins inoffensifs. »
—Roger Godement (1970).
- « These days especially, provocative questions confront a socially conscious scientist when he begins to contemplate where applications of his work might lead. [...] I wonder to what extent I should explicitly direct my work towards socially positive goals. »
—Steve Smale (1971).



Naufrage?

« Sociologiquement, on peut dire que la [théorie des catastrophes] a fait [...] un naufrage subtil, parce que la plupart des notions que j' ai introduites [...] ont pénétré le bagage ordinaire des modélisateurs. Alors, il est vrai que, dans un sens, les ambitions de la théorie ont fait naufrage, mais la pratique, elle, a réussi.

—Thom (1991).



Chaos déterministe

« Il m'a semblé que le moment était venu pour moi d'essayer de faire autre chose que de la mécanique statistique et que mon séjour ici était particulièrement adéquat pour un tel changement. J'essaye donc pour l'instant de regarder certains problèmes d'hydrodynamique ou plus généralement de "phénomènes dissipatifs" d'un point de vue physique un peu analogue à celui de Thom. Les phénomènes sont fascinants, mais on ne voit pas très bien ce qu'on peut en faire mathématiquement. Il y a une très bonne chance que rien ne sorte de tout cela, auquel cas je tirerai une ligne à la fin de mon séjour ici, je donnerai un séminaire et j'arrêterai les frais. »

—David Ruelle à Léon Motchane (7/10/1968).

Thèse de Jean-Marc Ginoux, *Analyse mathématique des phénomènes oscillatoires non linéaires*, UPMC, 2011.

1. L'importance des ingénieurs
2. La conférence oubliée de Poincaré
3. Le « carrefour français »: congrès non-linéaire de l'IHP en 1933

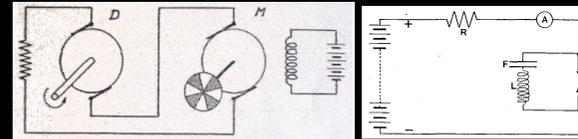
INGÉNIEURS ET SYSTÈMES DYNAMIQUES

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

57

L'importance des ingénieurs



- La théorie des oscillations non linéaires trouve (entre autres) son origine dans des problèmes d'ingénierie (électrique, puis de T.S.F.)
- Quatre dispositifs électrotechniques ont joué un rôle déterminant : la machine série-dynamo, l'arc chantant, la triode et le multivibrateur.

- a) La machine série-dynamo : observation d'oscillations (auto)-entretenu
- b) L'arc chantant : les conférences « oubliées » de Poincaré

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

58

Auto-oscillations, cycles limites et stabilité structurelle

- 1880: Poincaré définit les cycles-limites
 - 1928: Andronov établit que les auto-oscillations sont des cycles-limites
 - 1937: Andronov-Pontrjagin définissent les « systèmes grossiers » (stabilité structurelle).
- « J'appelle ainsi les courbes fermées qui satisfont à notre équation différentielle et dont les autres courbes définies par la même équation se rapprochent asymptotiquement sans jamais les atteindre. Cette seconde notion n'est pas moins importante que la première. »

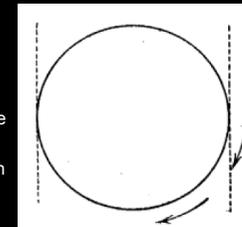
Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

59

Conférence de Poincaré à l'Ecole supérieure d'électricité (1907)

- **Obtenir une condition d'entretien des oscillations**
- « *Condition de stabilité.* — Considérons donc une autre courbe non fermée satisfaisant à l'équation différentielle, ce sera une sorte de spirale se rapprochant indéfiniment de la courbe fermée. Si la courbe fermée représente un régime stable, en décrivant la spirale dans le sens de la flèche on doit être ramené sur la courbe fermée, et c'est à cette seule condition que la courbe fermée représentera un régime stable d'ondes entretenues et donnera lieu à la solution du problème. »



H. Poincaré, 1908, Sur la télégraphie sans fil, *Lumière Électrique*, vol. 4, p. 259-266, p. 291-297, p. 323-327, p. 355-359 et p. 387-393.

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

60

Priorité de Poincaré sur Andronov?

« Si la courbe fermée représente un régime stable, en décrivant la spirale dans le sens de la flèche on doit être ramené sur la courbe fermée, et c'est à cette seule condition que la courbe fermée représentera un régime stable d'ondes entretenues et donnera lieu à la solution du problème. »

Poincaré [1908, p. 391]

« Les mouvements stables qui sont présents dans des dispositifs capables d'auto-oscillations doivent toujours correspondre à des cycles limites. »

Andronov [1928, p. 24]

Le « carrefour français »

- Conférences de Van der Pol en France de 1928 à 1951
 - organisation de la 1^{ère} conférence internationale sur les processus non linéaires (I.H.P., Paris du 28 au 30 janvier 1933)
 - déclenche une sorte de « chasse à l'effet relaxation » (Bourrières 1939)
- Conférences de Le Corbeiller en France et en Europe de 1931 à 1935
 - Notes de Kryloff et Bogoliouboff aux C.R.A.S. de 1932 à 1936
 - lancent un appel pour la création d'une *Mécanique Non Linéaire*
- Le séminaire Hadamard : au carrefour des idées et des théories
 - Diffusion des travaux de Poincaré au cours des 1920-1935
 - Présence de nombreux mathématiciens (Denjoy, Weil, Birkhoff)
 - Présence de nombreux physiciens (Le Corbeiller → Van der Pol)

Conférence internationale des processus non linéaires à l'IHP

- 28 au 30 janvier 1933
- Organisée à l'initiative de Balthazar Van der Pol et de Nikolaï Papaleksi.
 - « Beaucoup de personnes de différents pays qui travaillent déjà dans ce domaine et dont la collaboration était souhaitée ont été invités à participer à cette conférence. Parmi eux on peut citer le professeur Volterra, qui a fait appel à l'analyse mathématique pour répondre aux questions des fluctuations des espèces animales dans la lutte pour l'existence, des mathématiciens connus comme Hadamard, Cartan, Esclangon ainsi que l'initiateur de cette conférence Van der Pol. Du côté de l'U.R.S.S. les académiciens L. I. Mandel'shtam, N. M. Kryloff et N. D. Papaleksi, auteur de cet article, avaient été invités ainsi que de jeunes étudiants de l'académie de Mandel'shtam : Andronov et Vitt. »

[Papaleksi 1934, p. 210]

Conférence de 1933

Participants

- Balthazar Van der Pol (Pays-Bas),
- Alfred Liénard (1869-1958),
Élie Cartan (1869-1951),
Henri Cartan (1904-2008),
Ernest Esclangon (1876-1954),
Henri Abraham (1868-1943),
Léon Brillouin (1889-1969),
Philippe Le Corbeiller (1891-1980),
Yves Rocard (1903-1992) et
Camille Gutton (1872-1963) (France),
- Charles Manneback (Belgique) et
- Nikolaï Papalexi (URSS).

Exposés

- Balthazar Van der Pol
- Philippe Le Corbeiller
- Alfred Liénard
- Henri Abraham
- Ernest Esclangon
- Nikolaï Papalexi

Les imprévus de l'histoire des sciences

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

65

Les imprévus de l'histoire

- On part à la recherche d'une « révolution » et on rencontre la « science normale »...
 - Sciences et politique à l'IHES;
 - Mathématiques, machines et communautés d'ingénieurs.
 - D'autres histoires: turbulence en mécanique des fluides; mécanique céleste (Diacu & Holmes); l'ordinateur...
- Non-linéarité en histoire des sciences?
 - La rencontre d'un cadre conceptuel pour penser l'histoire du « chaos ».
- Et aujourd'hui?
 - La complexité: révolution ou science normale?
 - La modélisation numérique est-elle en voie de devenir le « mode d'explication » dominant au détriment des autres?

Conference in honour of Ivar
Ekeland Université Paris-
Dauphine 18-20/6/14

david.aubin@upmc.fr

66