

4-3 Pistes de recherche des groupes thématiques

4-3.1 Groupe « Analyse Non-Linéaire » (ANL)

En **optimisation** et **calcul des variations**, tout en continuant à développer l'étude et l'analyse des fonctionnelles de l'élasticité avec fractures ou de problèmes semblables, et l'étude des mouvements d'interfaces singuliers (non-locaux, non-uniformes, non-linéaires, cristallins), **A. Chambolle** pense s'investir un peu plus dans l'étude et l'analyse numérique de fonctionnelles singulières en associant méthodes d'apprentissage automatique et analyse numérique, avec des applications aux problèmes inverses, à l'imagerie, et à la mécanique numérique. **J. Dolbeault** et **M. J. Esteban** voudraient caractériser de manière optimale les estimations de stabilité dans les inégalités fonctionnelles par des méthodes d'entropie et de flots non-linéaires diffusifs adaptés à chaque inégalité. Un travail récent dans cette direction a ouvert la porte à de nombreuses nouvelles questions. **I. Mazari** va poursuivre l'analyse théorique et numérique des problèmes d'optimisation pour les systèmes de réaction-diffusion. Ensuite, l'étude de modèles de type « jeux à champs moyens » pour l'écologie spatiale (collaboration en cours avec Z. Ko-beissi et D. Ruiz-Balet). Enfin, l'exploration de la régularité des frontières libres pour les problèmes de contrôle optimal.

En **transport optimal**, à la suite du transport optimal martingale, il apparaît que la volatilité des martingales, et aussi les semi-martingales, peut gouverner un transport dynamique de densités sous contraintes admissibles. **J.-D. Benamou** voudrait explorer cette possibilité ainsi que travailler sur l'utilisation du calcul d'Otto et la métrique associée pour définir des systèmes Hamiltoniens dans l'espace de Wasserstein des densités de probabilité. **G. Carlier** compte travailler sur des systèmes d'équations de Monge-Ampère intervenant sur les barycentres dans l'espace de Wasserstein, la théorie de la régularité faisant cruellement défaut à ce stade; aussi sur des flots gradients Wasserstein d'énergies dépendant du gradient (et qui ne sont donc pas géodésiquement convexes) tout en continuant à développer la théorie du transport optimal (classique ou « entropisé »). **P. Pegon** prévoit de continuer à travailler sur le transport branché : version branchée du problème de quantification optimale de mesures, étude de modèles de racines de plantes introduits par Alberto Bressan, recherche d'un lien rigoureux entre le transport branché et un modèle de formation de réseaux biologiques introduit par Perthame *et al* en 2016. En transport optimal « classique », avec les autres membres de **Mokaplan**, P. Pegon travaillera sur le transport L^∞ (recherche de potentiels, sans théorie de dualité), et poursuivra ses travaux en transport optimal entropique (sur la convergence et vitesse de convergence des optimiseurs des problèmes primaux et duaux). De façon plus prospective, P. Pegon s'oriente vers des problèmes variationnels portants sur des réseaux, motivés par des modèles de planification urbaine.

Dans le domaine du **traitement d'images** et **l'analyse des problèmes inverses**, **I. Waldspurger** compte continuer à étudier les performances d'algorithmes simples appliqués à des problèmes inverses non-convexes, en tâchant de réduire l'écart entre les garanties théoriques actuelles (qui ne s'appliquent que sous des hypothèses assez contraignantes) et les observations numériques (qui montrent que les algorithmes fonctionnent bien même sans ces hypothèses). **V. Duval**, en collaboration avec **A. Chambolle**, souhaite étudier l'interaction entre des contraintes géométriques et le transport optimal pour la reconstruction d'images constantes par morceaux. De son côté, **L. Cohen** voudrait travailler sur des techniques hybrides basées à la fois sur des modèles et sur du *deep learning*, motivé par des applications en imagerie biomédicale. Il voudrait aussi s'attaquer à la comparaison des méthodes par modèle et par *deep learning*.

Les membres travaillant en **physique mathématique et mécanique statistique** envisage de continuer à mener une recherche en interaction avec les autres disciplines. En plus des travaux théoriques au meilleur niveau, il faudra développer encore plus les aspects numériques qui permettent de meilleures interactions avec physiciens et chimistes. On pourra aussi envisager de développer les recherches en physique statistique classique, ce qui permettrait de créer de nouveaux ponts avec le groupe Probabilités et Statistiques. Sur des questions plus concrètes, **I. Catto** va continuer à travailler sur les modèles relativistes pour les cristaux, domaine largement

ouvert actuellement. Les conjectures récemment énoncées par rapport à l'énergie fondamentale de molécules relativistes par **M. J. Esteban, M. Lewin et É. Séré** vont sûrement occuper une partie de leur temps de recherche dans les prochaines années. **D. Gontier** voudrait s'investir dans les problématiques liées à l'ordinateur quantique, avec notamment la possible utilisation de ces techniques pour résoudre des problèmes de chimie quantique. Avec son étudiant U. Morellini, **É. Séré** poursuit l'étude du modèle de champ moyen pour le vide de Dirac : il travaille sur l'existence de solutions dépendant du temps. Il travaille également sur le modèle de Peierls pour le polyacétylène. Il a obtenu un premier résultat [P125] avec **D. Gontier** et son étudiant A. Kouande sur la transition de phase isolant-métal et ils s'intéressent maintenant aux défauts localisés. Enfin, en collaboration avec **I. Catto, M. Chupin, É. Paturel, G. Legendre** et L. Meng, **É. Séré** s'intéresse aux aspects théoriques et numériques du modèle de Dirac-Fock.

En **systèmes dynamiques**, **P. Bernard** souhaiterait dédier pas mal de temps à l'étude des propriétés génériques des orbites périodiques, suite à des découvertes récentes en théorie de la causalité. Tandis que **A. Bounemoura** prévoit de commencer à étudier la théorie KAM dans les classes quasi-analytiques, ainsi que l'existence de tores invariants quasi-périodiques Lagrangiens pour des systèmes de dimension infinie. **J. Féjóz** a espoir de décrire des mécanismes d'instabilité dans le problème des N corps, et **A. Florio** veut continuer l'étude des attracteurs de Birkhoff pour des billards dissipatifs ainsi que de l'entropie pour une variété Anosov pas compacte : avec des collaborateurs, elle aimerait montrer que, sous l'hypothèse SPR, il existe une unique mesure d'entropie maximale.

Pour la **théorie du contrôle** et la **mécanique des fluides**, **O. Glass** souhaite poursuivre ses recherches en matière d'interactions fluide-solides dans deux directions : mieux comprendre le cas visqueux (ce qui entre autres choses fait apparaître des questions de couches limites), et le cas tridimensionnel (où apparaissent des filaments de vortex au lieu de points vortex). **P. Lissy** souhaite continuer l'étude des systèmes paraboliques couplés ainsi que la contrôlabilité d'équations de la chaleur sur des variétés sous-riemanniennes, dans le but de comprendre d'un point de vue plus géométrique et intrinsèque les obstructions à la contrôlabilité, les conditions géométriques de contrôle et l'existence de temps minimaux de contrôle. O. Glass compte aussi développer une approche générale permettant de faire le lien entre certains principes d'incertitude en analyse harmonique et la non-contrôlabilité d'équations paraboliques fractionnaires et dégénérées. Enfin, il voudrait étudier des questions de stabilisation pour des modèles simplifiés de séismes en collaboration avec des physiciens et des automaticiens. **B. Melinand** souhaite continuer son programme de recherche sur la propagation de vagues en haute mer en s'intéressant à la contribution des courants océaniques. Concernant la stabilité d'ondes, B. Melinand a des projets en cours pour étudier la stabilité d'ondes périodiques 2D, la stabilité de chocs visqueux ainsi que les solutions stationnaires dans un domaine à coin. Par ailleurs, **G. Turinici** compte continuer à travailler sur le contrôle quantique.

P. Cardaliaguet compte travailler dans la modélisation de jonctions en trafic routier, les équations macroscopiques pour ces problèmes avec intersection de routes étant assez mal comprises.

Dans les questions liées aux **équations cinétiques et leur application en Biologie**, **É. Bouin** prévoit de continuer à étudier les phénomènes d'accélération pour des modèles d'invasion d'espèces en biologie et écologie de manière quantitative et qualitative. Par ailleurs, **J. Dolbeault** voudrait obtenir des estimations robustes et qualitativement correctes du point de vue des ordres de grandeur physiques pour les taux de convergence vers les états asymptotiques dans les équations cinétiques non-linéaires homogènes et inhomogènes. Il voudrait également développer des mathématiques dans une perspective écologiquement responsable. **S. Mishler** continuera l'étude d'équations issues de la physique statistique hors équilibre et de la modélisation des populations biologiques à l'aide d'outils variés (analyse des EDP, analyse fonctionnelle, probabilités). J. Dolbeault souhaite également continuer à développer des techniques d'hypo-coercivité et les appliquer à des équations cinétiques avec conditions de bord, continuer à développer une approche quantitative du théorème de Krein-Rutman et revenir à l'étude de limites de champ moyen pour des modèles singuliers.

En **calcul scientifique**, **M. Chupin** compte en particulier continuer le travail sur l'accélération d'Anderson-Pulay qui ouvre la porte à de nouvelles perspectives : appliquer et comprendre des algorithmes déjà étudiés dans des contextes différents dans un cas abstrait et linéaire, et aussi dans un cadre Non-Linéaire de résolution d'EDP. **G. Legendre** compte poursuivre le travail entamé sur la discrétisation des opérateurs de diffusion à noyaux en domaine non-bornés,

par exemple par des méthodes spectrales *ad hoc*, afin de pouvoir, par exemple, étudier finement des phénomènes de propagation de fronts accélérés qui ont très peu été abordés numériquement. **G. Turinici** continuera à travailler dans le domaine des mathématiques pour l'épidémiologie – avec plutôt une version immunologie –, du *machine learning* (l'utilisation des métriques de type Huber-energy, leur implémentation et les implications pour le *reinforcement learning*), les équations de transport, dans le cadre du contrat avec le CEA à renouveler et du *reinforcement learning* : en continuation des algorithmes stochastiques d'optimisation.

En collaboration avec G.K. Duong et H.Zaag, **N. Nouaïli** voudrait travailler sur la construction de nouvelles solutions singulières pour l'équation complexe Ginzburg Landau qui devraient donner une réponse à une conjecture des physiciens dans le cas cubique.

Finalement, dans les années à venir les recherches de l'**équipe-projet Mokaplan** devraient s'articuler autour de 4 axes principaux :

- *Transport optimal et problèmes variationnels reliés* : Analyse asymptotique du transport optimal entropique, calcul du transport en grande dimension, systèmes hamiltoniens Wasserstein, flots gradients Wasserstein et équations de diffusion non-linéaires du quatrième ordre, transport optimal L^∞ .
- *Problèmes non-variationnels ou non-convexes* : Conception de marchés : exploiter les analogies entre les algorithmes de Sinkhorn, Gale-Shapley, enchères de Bertsekas pour mieux comprendre la convergence des algorithmes pour les Z-mappings. Utilisation de la distance de Wasserstein pour des problèmes inverses non convexes (inversion de la forme d'onde complète). Lien entre les problèmes d'équilibres dans les marchés et la dualité du transport optimal.
- *Problèmes inverses avec aprioris de structure*. Reconstruction de matrices de faible rang : garanties plus réalistes pour l'heuristique de Burer-Monteiro. Reconstruction sans grille de mesures discrètes et d'objets plus compliqués : fonctions constantes par morceaux, mesures discrètes mobiles, courbes. . .
- *Méthodes variationnelles géométriques et interactions avec le transport* : étude des interactions du transport optimal avec des quantités géométriques (longueur, la courbure du support...) dans des problèmes d'approximation de mesures avec contraintes géométriques, approximation des mesures singulières, problèmes de planification urbaine généralisés.