

1-3.2 Groupe thématique « Mathématiques de l'Économie et la Finance » (MEF)

Thèmes de recherche

Les thèmes principaux du groupe « Mathématiques de l'Économie et de la Finance », ou « Éco-Fi », sont la finance mathématique, l'économie mathématique, la théorie des jeux, les jeux à champ moyen, les EDPS, EDSR et contrôle optimal, les méthodes numériques probabilistes, l'actuariat. Les activités liées à la pandémie sont récemment venues se greffer à ces thèmes classiques.

• **Finance mathématique** (Bergault, Bouchard, Brugière, Claisse, Gassiat, Hoffmann, Lépinette, Turinici). La finance mathématique est un des thèmes très classiques de l'équipe « Éco-Fi », avec plusieurs thèmes transversaux comme les questions de micro-structure, de couverture de risque, de modèles à volatilité rugueuse...

Philippe BERGAULT a travaillé sur la liquidité et micro-structure des marchés financiers. Bruno BOUCHARD a poursuivi des travaux sur la couverture de risque en environnement incertain et sur les modèles avec impact de marché qui l'ont amené à travailler sur de nouvelles versions du lemme d'Itô-Dupire fonctionnel. Plus récemment, il s'est intéressé aux limites diffuses pour les problèmes d'enchères sur le web. Pierre BRUGIERE et Gabriel TURINICI ont travaillé sur des techniques de machine-learning en finance. Julien CLAISSE a étudié la valorisation robuste d'options exotiques de type « corridor variance swap », ainsi que le transport optimal avec contrainte martingale et ses applications en finance. Paul GASSIAT s'est intéressé aux modèles à volatilité stochastique rugueuse : il a étudié des modèles de prix d'actifs financiers dans lesquels la volatilité est représentée par un processus de type fractionnaire, plus irrégulier que le mouvement Brownien. Le caractère non-Markovien en rend l'analyse et la simulation délicates. Marc HOFFMANN a travaillé sur la modélisation des prix multivariés à travers les échelles et leur inférence statistique; il a aussi étudié l'estimation optimale dans les modèles à volatilité rugueuse. Emmanuel LEPINETTE a travaillé sur l'implémentation numérique de modèles avec coûts de transactions, sur les mesures de risque, sur des conditions de non arbitrage dans des modèles non convexes et sur des schémas de discrétisation.

• **Économie mathématique** (Carlier, Dana, Ekeland, Jouini). Un autre thème très classique du groupe « Éco-Fi » est l'économie mathématique. Les travaux sur ce sujet ont concerné notamment l'analyse d'inférence (quantiles multivariée), l'analyse de l'impact sur le marché des hétérogénéité de croyance, et la gestion de ressources naturelles.

Guillaume CARLIER a introduit une méthode de Laplace à deux échelles pour les problèmes bi-niveaux (jeux de Stackelberg); il a également développé des techniques de transport optimal pour des problèmes d'inférence, en particulier la régression de quantiles multivariée. Les travaux de Rose-Anne DANA, principalement en collaboration avec E. Jouini et M. Bianchi (TSE), ont porté sur un problème de Gouvernance d'entreprise : il s'agit de proposer un modèle nouveau dans la littérature avec asymétrie d'information d'une firme possédée par des actionnaires hétérogènes et gérée par un manager, conduisant à un concept d'équilibre « Manager-Shareholders Equilibrium » tel que le manager et les actionnaires soient d'accord à l'équilibre sur le plan de production (PP) choisi par le manager. Sur la période 2017-2022, Ivar EKELAND a travaillé sur les ressources naturelles renouvelables (pêcheries) ou non (pétrole, minerais). Dans le contexte actuel de réchauffement climatique et de raréfaction des ressources, l'étude de l'extraction et de la commercialisation de celles-ci revêt une grande importance. Du point de vue théorique, les marchés de matières premières constituent un pont entre l'économie réelle et la sphère financière : le prix des matières premières dépend de facteurs économiques (activité, exploration, extraction) tout autant que de facteurs financiers (spéculation). L'importance relative des uns et des autres fait l'objet de débats parfois violents. Les travaux d'Elyès JOUINI au cours des 5 dernières années ont porté sur les thèmes suivants : (1) irrationalité, hétérogénéité, formation des croyances et impact sur les marchés, (2) décision et santé, (3) femmes et science et (4) histoire contemporaine de la Tunisie (entre 1850 et 1950). Le point commun entre les trois premiers thèmes est la présence réelle ou supposée de biais de rationalité. Certaines approches développées dans l'un de ces champs s'avèrent parfois particulièrement adaptées à un autre champ ce qui conduit alors à explorer des développements nouveaux avec (dans certains cas) des allers-retours fructueux.

• **Théorie des jeux** (Oliu Barton, Vigerat, Viossat, Ziliotto). Des chercheurs du groupe « Éco-Fi » s'intéressent à différents aspects de la théorie des jeux : on peut citer notamment les jeux dynamiques, les jeux d'évolution, et leur comportement en temps long, mais également, plus récemment, des questions plus classiques en jeux statiques : caractérisation de la valeur, formation d'interactions.

Miquel OLIU BARTON s'est intéressé à la caractérisation de la valeur pour les jeux stochastiques à somme nulle, ainsi qu'au calcul efficient de celle-ci. Guillaume VIGERAL travaille principalement sur deux sous-thématiques de la théorie des jeux : d'une part les jeux stochastiques à deux joueurs et à somme nulle modélisant le comportement en temps long d'agents antagonistes évoluant dans un cadre dynamique, et en particulier le lien entre des modélisations en temps discret et continu; d'autre part les jeux statiques à plusieurs joueurs ; le but est alors de comprendre les structures mathématiques pouvant émerger d'interactions multi agents à l'équilibre. Yannick VIOSSAT a travaillé sur des jeux d'évolutions, et en particulier, pour de grandes classes de dynamiques d'imitation, sur la persistance de stratégies pures strictement dominées. Bruno ZILLOTTO a travaillé sur les problèmes de décisions et les jeux dynamiques, en temps discret et en temps continu. Cela inclut notamment les Processus de Décision Markoviens, les jeux stochastiques, les jeux différentiels et les inégalités du Prophète. Il s'est notamment intéressé à l'étude asymptotique en temps long de ces modèles, ainsi que leurs interactions avec les équations de Hamilton-Jacobi (homogénéisation stochastique) et l'algorithmique (complexité).

• **Modèles à champ moyen** (Ben Tahar, Cardaliaguet, Carlier, Claisse, Hoffmann, Lions, Liu, Ren, Turinici.) Une partie significative du groupe « Éco-Fi » s'est intéressée à des modèles faisant intervenir des dynamiques à champ moyen. Les jeux à champ moyen (MFG pour « mean field games ») ont été introduits par J.-M. Lasry et P.-L. Lions dans le milieu des années 2000. Ces modèles cherchent à décrire des équilibres de Nash dans des problèmes de contrôle faisant intervenir un très grand nombre de petits contrôleurs indistinguables et en interaction. Les problèmes de contrôle à champ moyen décrivent, eux, des questions de contrôle optimal par un planificateur d'une foule de petits systèmes contrôlés. Les questions posées par ces modèles sont multiples et vont d'aspects théoriques concernant l'analyse des équations aux dérivées partielles associées (système fini dimensionnel ou infini dimensionnel, master equation) ou le passage du modèle à un nombre fini de joueur au modèle de jeu à champ moyen, à l'application de ces modèles et à leur approximation numérique. De façon plus détaillée, les membres du groupe se sont intéressés aux problèmes suivants.

Imen BEN TAHAR a travaillé sur les applications des MFG dans des modèles économiques en lien avec la transition technologique. Pierre CARDALIAGUET a travaillé sur plusieurs aspects des MFG : passage micro-macro, analyse des équations aux dérivées partielles associées aux MFG ; comportement en temps long; modélisation de l'apprentissage d'un équilibre MFG. Guillaume CARLIER s'est intéressé avec Benamou, Nenna et di Marino à une formulation lagrangienne des MFG par minimisation d'entropie sur les mesures sur l'espace des trajectoires et son implémentation numérique; il a aussi développé avec Lasry et Barilla un modèle MFG multi-populations pour l'évolution des villes. Julien CLAISSE et Zhenjie REN ont étudié une variante de MFG dans laquelle le nombre de joueurs varie au cours du temps. Marc HOFFMANN a travaillé sur l'estimation minimax optimale du taux de mort dans des modèles démographiques, via des limites de grandes populations de processus de vie et mort, ainsi que sur la modélisation statistique pour les modèles de jeux à champ moyen avec bruit commun. Pierre-Louis LIONS a étudié de très nombreux aspects des MFG, allant de la modélisation (limite de champ moyen), aux applications à de très nombreux domaines, et à l'étude fine des équations aux dérivées partielles associées (systèmes MFG, master equation) et de leur comportement limite (homogénéisation)... Yating LIU a étudié les propriétés qualitatives liées à l'ordre convexe et l'ordre convexe monotone pour les équations de McKean-Vlasov, et appliqué ces techniques à l'étude de problèmes de contrôle et de MFG. Zhenjie REN a étudié des dynamiques de type Langevin pour approximer des solutions de problèmes d'optimisation à champ moyen intervenant en apprentissage statistique. Gabriel TURINICI a travaillé sur des applications diverses des MFG, notamment le « pricing retail » versus la stratégie optimale des firmes, et sur l'approximation numérique des solutions utilisant des équations d'évolution sur les espaces métriques généraux.

• **EDPS, EDSR et contrôle optimal** (Bouchard, Gassiat, Ren, Viossat). Les travaux en finance et économie mathématiques conduisent à l'analyse de très nombreuses équations aux dérivées partielles (EDP), équations différentielles stochastiques (EDS) et problèmes de contrôles. Les équations aux dérivées partielles stochastiques (EDPS) sont des EDP comportant des termes de bruits stochastiques, dont l'irrégularité crée des difficultés d'analyse et des comportements nouveaux. Les EDS rétrogrades en temps (EDSR), thème classique de l'équipe « Éco-Fi », sont particulièrement utiles en finance mathématique et dans les problèmes de type principal-agent. Les membres de l'équipe « Éco-Fi » ont été également amenés à introduire des problèmes de contrôle nouveaux en vue de diverses applications (réseaux téléphoniques, traitement du cancer).

Bruno BOUCHARD a poursuivi ses travaux sur les équations différentielles stochastiques rétrogrades qui apparaissent souvent dans les problèmes de finance mathématique. Il a également développé de nouvelles versions du lemme d'Itô-Dupire fonctionnel pour des fonctions qui ne sont pas C^2 . Paul GASSIAT a travaillé sur de nombreux aspects des EDPS, notamment sur les équations d'Hamilton-Jacobi stochastiques et sur les EDPS singulières. Zhenjie REN s'est intéressé à des problèmes de type « principal-agent » : dans ces problèmes (moral hazard), un contrat optimal est conçu pour inciter l'Agent à travailler en faveur du Principal, alors que le Principal ne peut pas observer directement l'action de l'Agent. Cette étude des incitations peut avoir des applications importantes dans l'optimisation du bien-être social, e.g. la transition énergétique. Pierre-Louis LIONS s'est récemment intéressé à la dynamique et au contrôle du spectre de grandes matrices aléatoires, en lien avec des modèles de grands réseaux téléphoniques. Yannick VIOSSAT s'est investi dans la modélisation (par des techniques de contrôle optimal) d'un nouveau type de thérapie contre le cancer, qui se contente de stabiliser la tumeur afin de retarder l'émergence de la résistance au traitement, avec des résultats cliniques prometteurs.

• **Méthodes numériques probabilistes** (Claisse, Liu). Julien CLAISSE a développé des méthodes de Monte Carlo pour la résolution numérique d'EDP Non-Linéaires. Yating LIU a travaillé sur le comportement de la quantification quand la mesure de probabilité sous-jacente converge sous la distance de Wasserstein, ainsi que sur les schémas numériques de l'équation de McKean-Vlasov.

• **Actuariat** (Dutang, Guibert). Christophe DUTANG a étudié des modèles statistiques (GLM) couramment utilisés en actuariat en proposant de nouvelles formules explicites d'estimateur de maximum de vraisemblance pour la famille exponentielle permettant un gain de temps important. En utilisant ces formules fermées, Christophe DUTANG et Quentin GUIBERT ont rendu possible la calibration des arbres GLM dans un cadre général et mis en avant les forêts de GLM. En outre afin de comprendre les stratégies des assureurs dans un marché d'assurance non-vie, des propriétés en temps fini ou asymptotiques d'un jeu non-coopératif répété ont été établies par Christophe DUTANG, permettant de caractériser les stratégies optimales.

Les activités de recherches de Quentin GUIBERT ont pour fil conducteur des problématiques rencontrées en sciences actuarielles ou dans le cadre de la modélisation statistique des risques en assurance, en biostatistique, voire en démographie. Plus précisément, elles s'articulent autour de trois thématiques principales : (1) Modèles de survie, multi-états et modèles de régression avec applications en assurance de personnes et à la santé, (2) Modèles prospectifs de mortalité, et (3) Gestion des risques et Assurance.

• **Activités liées à la crise sanitaire** (Oliu Barton, Turinici). Certains chercheurs du groupe « Éco-Fi » ont réorienté une partie de leurs recherches avec l'arrivée de la pandémie. Il s'agit notamment de Miquel OLIU BARTON, qui a travaillé sur des problématiques de contrôle et de gestion de la propagation du virus, s'intéressant notamment aux arbitrages entre les impératifs sanitaires et les intérêts économiques. Gabriel TURINICI, qui collaborait de longue date avec des épidémiologistes, a également développé des travaux reliant MFG et épidémiologie et leur impact sociétal (et en particulier économique) : ces travaux permettent de voir que la réaction des gens influence de manière importante la dynamique épidémique et ils permettent de construire des modèles pour en tenir compte.