

Rapport d'activités 2003-2007 du groupe

ANALYSE NON-LINÉAIRE, IMAGES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

Composition du groupe (avec pourcentage de recherche dans ce groupe)

Permanents :

Vladimir ARNOLD (PR, émérite) (*départ en Septembre 2005*)
Alain BENSOUSSAN (PR, émérite) (*départ en 2005*) (35%)
Patrick BERNARD (PR) (*depuis Septembre 2005*)
François BOLLEY (MDC) (60%) (*depuis Septembre 2006*)
Guillaume CARLIER (PR) (30%)
Isabelle CATTO (CR)
Guy CHAVENT (PR) (*départ en Septembre 2004*)
Laurent COHEN (DR)
Françoise DIBOS (MDC) (*départ en Octobre 2005*)
Jean DOLBEAULT (DR)
Maria J. ESTEBAN (DR)
Ivan GENTIL (MDC) (50%)
Céline GRANDMONT (MDC) (*départ en Septembre 2006*)
Philippe GRAVEJAT (MDC) (*depuis Septembre 2005*)
Pierre-Louis LIONS (PR, Collège de France) (80%)
Christian LOPEZ (MDC) (*départ en Septembre 2006*)
Stéphane MISCHLER (PR)
Clément MOUHOT (CR) (*depuis Octobre 2005*)
Bruno NAZARET (MDC)
Gabriel PEYRÉ (CR) (*depuis Octobre 2006*)
Julien SALOMON (MDC) (*depuis Septembre 2006*)
Eric SÉRÉ (PR)
Rabah TAHRAOUI (PR, I.U.F.M. Rouen) (60%)
Gabriel TURINICI (PR) (*depuis Septembre 2005*)

Non-permanents : Matteo BONFORTE (post-doc 1 an), Jujun DONG (post-doc 1 an), Francisco Javier FERNANDEZ (post-doc 1 an), Christian HAINZL (post-doc 1 an), Cyril IMBERT (MDC détaché CR) (*depuis Septembre 2006*), Oleg KARPENKOV (post-doc 1 an), Guillaume LEGENDRE (post-doc 6 mois)

Doctorants (avec année de soutenance en cas de thèse déjà soutenue)

Pablo ARBELAEZ ESCALANTE (11/2005), Roberto ARDON (03/2005), Adrien AUCLAIR, Jean-Philippe BARTIER (12/2005), Fethallah BENMANSOUR, Adrien BLANCHET (12/2005), Stéphane BONNEAU (12/2006), Nabile BOUSSAID (07/2006), Anne-Laure DALIBARD, Mohamed EL MAKRINI, Mauricio GARCIA ARROYO, Maxime HAURAY (10/2004), Anouar HOUMIA, Rachid ID BRIK, Mathieu LEWIN (06/2004), Lamjed LOUNISSI, Philippe MICHEL (12/2005), Laurent NOCQUET, Sylvain PELLETIER, Alexander QUAAS (12/2003), Florent RANCHIN (12/2004), Lassana SAMASSI (12/2004), Thomas SCHAAF (12/2004), Oudom SOMPHONE.

Eric CANCES (HDR, 10/2003), Jérôme BUSCA (HDR, 12/2003), Mariko ARISAWA (HDR, 11/2006)

Présentation générale du groupe

1. Analyse non-linéaire

De nombreux travaux concernant les problèmes elliptiques ont été réalisés au Ceremade: étude d'opérateurs totalement non linéaires du type opérateur de Pucci (spectre, existence de solutions, exposants critiques, etc.) par M. Esteban et A. Quaas (avec P. Felmer), caractérisation de solution critiques et sur-critiques dites "tours de bulles" par J. Dolbeault (avec M. del Pino et M. Musso), principe de comparaison et comportement asymptotique des solutions (mesure de la dispersion du spectre de la matrice définissant l'opérateur) et conditions d'optimalité pour des problèmes de contrôle non locaux par R. Tahraoui, résolution d'équations intégral-différentielles elliptiques complètement non-linéaires (principes de comparaison, problème de Dirichlet, régularité...) par C. Imbert. La masse critique du modèle de Keller-Segel en chimiotactisme a été déterminée dans le cas euclidien bi-dimensionnel (A. Blanchet, J. Dolbeault, B. Perthame, C. Schmeiser). Une classification des singularités pour des problèmes de frontières libres paraboliques a été réalisée par A. Blanchet. J.-P. Bartier a démontré des résultats de type Bernstein pour des équations paraboliques semi-linéaires et caractérisé le comportement asymptotique des solutions. P. Bernard a établi la régularité optimale des sous-solutions de l'équation de Hamilton-Jacobi et L. Nocquet-Jeol travaille sur les liens entre solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi et dynamique hamiltonienne sous-jacente.

P.-L. Lions a travaillé avec P. E. Souganidis sur divers problèmes liés à l'homogénéisation stochastique des équations aux dérivées partielles (EDPs) avec termes aléatoires (équations totalement non linéaires, elliptiques, de Hamilton-Jacobi, fluides, etc.). La thèse d'A.-L. Dalibard porte sur l'étude de phénomènes d'oscillations dans des EDPs, et en particulier, de l'homogénéisation périodique d'équations hyperboliques non linéaires (lois de conservation scalaires hétérogènes), et de la convergence en transport linéaire avec coefficients fortement oscillants. C. Imbert a étudié l'homogénéisation de mouvement d'interfaces et de systèmes de particules.

L'étude des limites *micro-macro*, comme la construction de modèles cristallins à partir de modèles microscopiques quantiques a été continuée par P.-L. Lions (avec X. Blanc et C. Le Bris): calcul des énergies mécaniques pour la déformation de matériaux élastiques, dérivation de modèles de déformation macroscopique d'un solide. I. Catto s'est attaquée à l'analyse mathématique de modèles *micro-macro* pour des fluides complexes, sur laquelle a porté la thèse de Y. Gati.

2. Méthodes variationnelles

L'utilisation de méthodes variationnelles est un des points forts du groupe. En ce qui concerne les applications aux systèmes Hamiltoniens, on notera en particulier les thèmes suivants: orbites périodiques de systèmes hamiltoniens singuliers (E. Séré avec C. Carminati et K. Tanaka), description de l'évolution des variables d'action dans les systèmes dynamiques et finitude générique du nombre de mesures ergodiques minimisantes en théorie de Mather (P. Bernard avec G. Contreras). Ce dernier point est une étape importante pour comprendre par des méthodes variationnelles si la diffusion d'Arnold est générique.

D'autres applications concernent par exemple l'étude de vagues périodiques à la surface de l'eau (E. Séré avec B. Buffoni et J. F. Toland), mais notre principal domaine d'application est la mécanique quantique. En mécanique quantique relativiste (chimie quantique) ont été établies des inégalités de Hardy (pour l'opérateur de Dirac magnétique et non magnétique) et une étude des champs magnétiques intenses a permis de caractériser l'intensité critique pour l'apparition de paires positron-électron, d'un point de vue théorique et numérique (J. Dolbeault, M. Esteban avec R. Bosi, J. Duoandikoetxea, M. Loss, L. Vega). C. Hainzl, M. Lewin et E. Séré ont étudié un modèle relativiste issu de l'électrodynamique quantique avec vide polarisé. P. Gravejat a participé à l'étude qualitative de modèles physiques (équation de Gross-Pitaevskii, modèle de Bogoliubov-Dirac-Fock...).

N. Boussaid a étudié la stabilité de petits états stationnaires d'une équation de Dirac non-linéaire et les estimations de propagation et de dispersion pour un opérateur de Dirac. M. Lewin a étudié

les méthodes multi-configurations et s'est intéressé à la modélisation de réactions chimiques adiabatiques. I. Catto travaille sur le modèle de Hartree-Fock multi-configuration, dépendant du temps, en collaboration avec C. Bardos, N. Mauser et S. Trabelsi.

3. Inégalités fonctionnelles et transport

Le travail de F. Bolley porte sur des méthodes d'approximation de solutions d'EDPs de diffusion de type McKean-Vlasov par des systèmes de particules stochastiques en interaction (inégalités de concentration, estimations explicites de convergence). B. Nazaret a établi des inégalités fonctionnelles optimales et étudie des équations de flot-gradient liées à diverses notions d'entropie (en collaboration avec G. Savaré).

I. Gentil et A. Guillin ont démontré diverses inégalités de Poincaré et de Sobolev logarithmique (critères de capacité-mesure, inégalités sur la concentration de sommes empiriques de variables aléatoires, convergence vers l'équilibre avec taux de solutions d'EDPs linéaires ou non-linéaires), avec L. Miclo, J. Dolbeault, F.-Y. Wang. Le travail de G. Carlier port aussi sur des questions de calcul des variations, de transport optimal et d'analyse convexe (voir la section consacrée à l'économie mathématique).

Une inégalité géométrique d'Onofri a permis d'étudier la brisure de symétrie dans une inégalité d'interpolation (J. Dolbeault, M. Esteban avec G. Tarantello). I. Catto et J. Dolbeault étudient des problèmes variationnels non-compacts pour des opérateurs d'ordre 4 et des questions d'optimalité dans des inégalités d'interpolation (avec R. Benguria). Des inégalités de Lieb-Thirring, équivalentes à des inégalités d'interpolation pour des systèmes, ont été établies par J. Dolbeault, P. Felmer, A. Laptev, M. Loss, E. Patrel et J. Mayorga.

Durant leur thèse, J.-P. Bartier et A. Blanchet ont aussi travaillé sur des inégalités fonctionnelles (recherche des constantes optimales, interpolations fines, inégalités à poids, avec applications à l'étude du comportement de solutions d'équations paraboliques: taux de convergence, convergence vers des profils asymptotiques ou d'explosion). A. Blanchet, J. Dolbeault et M. Bonforte (post-doctorant CNRS) dans des travaux réalisés avec G. Grillo et J.-L. Vázquez ont étudié les équations de diffusion rapide dans des espaces à poids liés à la notion d'entropie. Une limite de diffusion conduisant à l'équation des milieux poreux a été établie par J. Dolbeault, P. Markowich, D. Ölz et C. Schmeiser. Des problèmes paraboliques d'ordre quatre (J. Dolbeault, I. Gentil, avec J. Carrillo et A. Jüngel) et d'équation de type Fokker-Planck fractionnaire (C. Imbert, I. Gentil) ont aussi été traités.

4. Equations cinétiques

Le travail de S. Mischler porte sur les équations de Boltzmann-Bose quantiques (stabilité linéaire et non linéaire de solutions singulières), en collaboration avec M. Escobedo, de Boltzmann inélastique (existence de solutions auto-similaires, stabilité, avec C. Mouhot), et les équation de fragmentation (stabilité du profil auto-similaire pour l'équation de fragmentation, existence de profils pour l'équation de Smoluchowski). C. Mouhot a poursuivi les travaux engagés durant sa thèse sur l'étude de trous spectraux pour les opérateurs de collision. Il a aussi obtenu des résultats d'existence pour le problème de Cauchy, la stabilité et la théorie de la régularité dans le cadre des équations de Boltzmann singulières (pour les interactions à longue portée), avec Laurent Desvillettes et Nicolas Fournier, et entrepris une étude de la stabilité pour les équations hypocoercives en théorie cinétique (avec J. Dolbeault et C. Schmeiser), en mécanique des fluides et pour les systèmes de particules. Quelques résultats de stabilité pour les systèmes gravitationnels ont été démontrés par J. Dolbeault et J. Fernández, qui sont maintenant poursuivis sur le plan numérique (avec J. Salomon).

5. Traitement d'images

L. Cohen travaille en traitement d'images, en particulier sur les modèles déformables et chemins minimaux. Les techniques utilisées comprennent diverses variantes des méthodes de propagation de front de type Fast Marching pour résoudre l'équation Eikonale, ou d'équation de transport pour

une définition implicite d'une surface dans une image. Ces approches conduisent à des applications comme la segmentation et la reconstruction de courbes et surfaces en imagerie médicale, ainsi que plus généralement des méthodes variationnelles dont la segmentation d'images (niveau de gris et couleur) par approche de variation de chemin. Ces travaux ont fait l'objet des thèses de P. Arbelaez et F. Benmansour, de R. Ardon et O. Somphone en collaboration avec Philips, S. Bonneau (avec l'ENS Ulm), de V. Moreau (INRIA), et de A. Auclair (Paris 5).

G. Peyré travaille sur les représentations adaptatives pour les images et les textures naturelles. Il a développé des bases orthogonales de bandelettes qui permettent une approximation optimale des images avec des contours géométriques. Avec L. Cohen, il a développé plusieurs approches concernant le remaillage adaptatif de surfaces à l'aide de géodésiques minimales, ainsi que des approches accélérant le calcul de chemins minimaux.

Jusqu'en 2005, F. Dibos, et ses thésards F. Ranchin et S. Pelletier ont travaillé sur des méthodes variationnelles pour l'analyse de séquences vidéo.

6. Calcul scientifique et analyse numérique

A l'intérieur du groupe d'analyse non-linéaire, une composante plus particulièrement centrée sur le calcul scientifique a été développée durant les quatre dernières années, avec le recrutement de G. Turinici, J. Salomon et G. Legendre. Cette activité est venue dynamiser l'implémentation de méthodes numériques pour les calculs en chimie quantique relativiste (J. Dolbeault, M. Esteban, M. Lewin, E. Séré et, récemment, G. Legendre), suite à des travaux antérieurs sur la caractérisation variationnelle de l'état fondamental (J. Dolbeault, M. Esteban, E. Séré). G. Turinici et J. Salomon ont généralisé et expliqué les algorithmes dits "monotoniques" qui ont des bonnes propriétés de robustesse et de convergence et permettent la sélection d'un algorithme dans une classe donnée. Ces travaux s'appliquent en particulier au contrôle en chimie quantique et apportent des critères facilement vérifiables qui permettent de décider si un ensemble de systèmes est contrôlable. G. Turinici et J. Salomon contribuent aussi à l'élaboration de nouveaux schémas généraux de discrétisation des équations d'évolution dont le schéma dit "pararéel" en collaboration avec Y. Maday a déjà été testé sur plusieurs modèles, et en particulier des modèles en contrôle quantique. J. Salomon (en collaboration avec J. Dolbeault et J. Fernández) a commencé l'implémentation d'un algorithme d'optimisation adapté à l'étude de points critiques de systèmes gravitationnels continus en rotation. G. Turinici continue ses applications numériques en épidémiologie (avec A. Danchin et P. Tuen Wai Ng).

[Lien vers les fiches individuelles des membres du groupe](#)