

**Rapport d'activités 2003-2007 du groupe
MATHEMATIQUES DE L'ECONOMIE ET DE LA FINANCE**

**Composition du groupe
(avec pourcentage de recherche dans ce groupe)**

Permanents :

Alain BENSOUSSAN (PR) *(2003-2004) (35%)*
Imen BEN TAHAR (MDC) *(depuis Septembre 2006)*
Luciano CAMPI (MDC) *(depuis Septembre 2005)*
Guillaume CARLIER (70%) *(depuis Septembre 2004)*
Rose-Anne DANA (PR)
Danielle FLORENS (PR) (70%)
Françoise FORGES (PR) (50%)
Elyès JOUINI (PR)
Pierre-Louis LIONS (PR, Collège de France) (20%)
Filipe MARTINS DA ROCHA (MDC) *(départ en Octobre 2007)*
Clotilde NAPP (MDC) *(départ en Octobre 2005)*
Jérôme RENAULT (MDC)
Rabah TAHRAOUI (PR, IUFM Rouen) (40%)
Tristan TOMALA (MDC) *(départ en Octobre 2007)*
Nizar TOUZI (PR) (50%) *(départ en Août 2005)*
Yannick VIOSSAT (MDC) *(depuis Septembre 2005)*

Professeur Associé :

Jean-Michel LASRY (PAST) *(depuis Janvier 2007)*

Doctorants (avec année de soutenance en cas de thèse déjà soutenue)

Fabian ASTIC *(11/2006)*, Selima BEN MANSOUR, Ngalla DJITTE *(07/2004)*, Hycham BASTA *(12/2003)*, Imen BEN TAHAR *(06/2005)*, Marie CHAZAL *(12/2003)*, Romuald ELIE *(12/2006)*, Vincent PORTE *(06/2005)*, Georgy SHORNIN, Amina ZEGHAL *(01/2005)*.

Tristan TOMALA *(HDR, 11/2005)*, Guillaume CARLIER *(HDR, 12/2003)*.

Présentation générale du groupe

Le groupe s'intéresse à la finance, l'assurance, la théorie des jeux, la théorie de la décision, l'économie mathématique. Ces thématiques conduisent naturellement à des problèmes relevant de champs variés des mathématiques appliquées (contrôle stochastique, optimisation, analyse non linéaire...).

En finance, P.-L. Lions a réalisé une étude systématique des modèles de volatilité stochastique construits sur des systèmes d'équations différentielles avec termes aléatoires. Par ailleurs, il a étudié des modèles totalement non linéaires présentant le phénomène des "prophéties auto-réalisatrices", phénomène important observé en pratique. Avec des collaborateurs, il s'est également intéressé à divers modèles de jeux de champ moyen intervenant dans des modèles de jeux différentiels stochastiques à horizon fini. E. Jouini et C. Napp se sont intéressés aux modèles de taux d'intérêt compatibles avec l'absence d'opportunité d'arbitrage en présence d'imperfections de marché, montrant en particulier que la prise en compte de coûts fixes permet d'élargir significativement l'ensemble des modèles de taux d'intérêt compatibles avec l'absence d'arbitrage. E. Jouini et C. Napp s'intéressent aux anticipations des agents, éventuellement subjectives et hétérogènes, et à leur impact sur la formation du prix des actifs. Une partie de leurs travaux bénéficie d'un soutien de l'ANR, projet blanc "Croyances individuelles et collectives" (avec R.-A. Dana). E. Jouini et C. Napp s'intéressent également à la subjectivité des croyances des agents. D'un point de vue théorique, ils étudient la caractérisation des croyances subjectives menant à une prime de risque d'équilibre plus élevée que dans les modèles standard. Sur le plan empirique, à partir d'une enquête réalisée sur 1540 individus, ils tentent d'apporter un éclairage sur la question du pessimisme des agents face à une loterie, ou plus généralement face à des opportunités d'investissement : dans quelle mesure les individus ont-ils tendance à sous-estimer leur probabilité de gain ? E. Jouini et C. Napp s'intéressent aussi au lien entre croyances et préférences des agents : les individus plus averses au risque sont-ils plus pessimistes ? D'un point de vue empirique, un travail en cours avec S. Ben Mansour analyse les réponses à une enquête permettant de construire des mesures pour le pessimisme et l'aversion au risque des individus. L'analyse de la corrélation entre pessimisme et aversion au risque conduit à un problème non trivial de statistique bayésienne qui a pu être abordé grâce à une collaboration fructueuse avec J.M. Marin et C. Robert. Sur le plan théorique, la corrélation entre pessimisme et aversion au risque et son impact sur les caractéristiques de l'équilibre sont analysés dans le cadre de deux modèles distincts. D'une part, dans le cadre d'un modèle d'équilibre à anticipations rationnelles dans lequel le bruit ne provient pas, comme dans le cas standard, d'une offre totale inconnue d'actif risqué mais d'une distribution inconnue de l'aversion au risque dans la population. D'autre part, dans le cadre d'un modèle de formation endogène et stratégique des croyances : dans un tel modèle, les individus choisissent leurs croyances afin de maximiser leur utilité. Une autre direction de recherche de E. Jouini, J.M. Marin et C. Napp a pour objet l'impact de l'hétérogénéité des croyances sur le choix d'un taux d'actualisation pour les projets long terme. Ce problème a connu récemment un regain d'attention à propos de projets à caractère environnemental (réchauffement climatique, stockage des déchets nucléaires, biodiversité, etc.). En particulier, dans le cadre d'un modèle d'équilibre général, ils étudient dans quelle mesure la divergence d'opinion quant au futur de l'économie peut justifier de considérer des taux d'actualisation moins élevés pour le très long terme que pour le court ou le moyen terme (Decreasing Discount Rates). L. Campi (arrivé au CEREMADE en 2005), s'est penché (avec U. Cetin, LSE) sur l'étude d'un modèle d'équilibre avec asymétrie d'information parmi les agents, qui investissent dans des obligations avec défaut. Il a étudié la complétude de marché dans un modèle où les agents peuvent investir non seulement dans un actif risqué mais aussi dans des options de vente de type Américain. Ses projets en cours concernent des modèles pour les prix de l'électricité dans le cadre de la chaire CALYON-EDF finance et développement durable (avec N. Touzi et J.M. Marin) et l'étude d'une approche duale pour un problème d'optimisation de la richesse avec coûts de transaction (avec M. Owen, Heriot-Watt University). Imen Ben Tahar a rejoint le CEREMADE en 2006, depuis, elle a mis en place une procédure numérique pour le calcul d'une mesure de risque vectorielle : vector-valued Tail conditional expec-

tation. Dans le cadre du projet ANR "Croyances", elle collabore avec S.Toumi (INSAT, Carthage, Tunisie) sur un modèle d'équilibre d'un marché financier en temps continu, dans lequel les agents contrôlent leur croyances stratégiquement. Nizar Touzi (qui a quitté le CEREMADE en août 2005) et Bruno Bouchard ont étendu les méthodes numériques probabilistes pour les option américaines au cadre des équations différentielles stochastiques rétrogrades, montrant ainsi que les méthodes de Monte Carlo s'étendent au cas des équations aux dérivées partielles paraboliques semi-linéaires. Ce travail est basé sur une représentation astucieuse de l'opérateur d'espérance conditionnelle obtenue lors d'une collaboration avec Bruno Bouchard et Ivar Ekeland. Avec Mete Soner, il a également étudié les problèmes de couverture d'options sous contraintes sur la variation de la stratégie de portefeuille (le Gamma). Il s'agit d'un problème de contrôle stochastique non standard qui a nécessité une analyse fine du comportement en petit temps des intégrales stochastiques doubles. Ces résultats ont été à la base d'une formule de type Feynman-Kac représentant les solutions d'équations aux dérivées partielles totalement non linéaires par le biais d'équations différentielles stochastiques rétrogrades du second ordre, ouvrant ainsi la porte aux méthodes numériques probabilistes pour cette classe d'équations aux dérivées partielles.

En théorie des jeux, quelques séminaires ont été organisés suite au prix Nobel de R. Aumann en 2005, et F. Forges et J. Renault ont notamment collaboré à l'écriture d'un court survey de ses travaux (avec S. Sorin, Paris 6, et N. Vieille, HEC). J. Renault et T. Tomala ont poursuivi leurs travaux autour des interactions dynamiques en temps discret. Ils ont caractérisé les paiements d'équilibres en communication dans les superjeux, et par ailleurs continué l'étude des possibilités de transmission stratégique d'information dans les réseaux, en se rapprochant de certains travaux liés à la cryptologie (Franklin et Wright). D'autres recherches, notamment en collaboration avec M. Scarsini et S. Scarlatti (Rome), s'intéressent aux paiements d'équilibres dans les jeux dits de minorité, ainsi qu'aux implications de certaines hypothèses de rationalité limitée (stratégies pures à mémoire bornée) dans les jeux répétés. Enfin, suite à des journées pour les professeurs de mathématiques spéciales, ils ont publié un ouvrage sur les jeux répétés (avec R. Laraki, Polytechnique). Par ailleurs, J. Renault a donné des conditions suffisantes d'existence de la valeur uniforme en programmation dynamique, dans les processus de décision markoviens et plus généralement dans les jeux répétés où le même joueur est à la fois informé et contrôle les transitions. Il a aussi publié 2 articles de mathématiques discrètes. T. Tomala a développé, en collaboration avec O. Gossner (PSE), des méthodes issues de théorie de l'information pour les jeux répétés. Des outils utilisant l'entropie de Shannon, permettent de caractériser et de calculer des valeurs maxmin dans certains jeux répétés avec observation imparfaite. Y. Viossat a travaillé sur les jeux d'évolution et les équilibres corrélés, montrant que de nombreuses dynamiques peuvent éliminer toutes les stratégies dans le support des équilibres corrélés, que l'ensemble des jeux ayant un unique équilibre corrélé est ouvert, et que la technique dite de réduction duale est un outil puissant pour l'étude des équilibres de Nash et des équilibres corrélés. Il a étudié, en collaboration avec E. Lehrer et E. Solan (Tel Aviv), la structure des paiements d'équilibre dans les jeux finis. Avec S. Sorin (Paris 6) et J. Hofbauer (Vienne), il a établi que la moyenne temporelle de la dynamique des réplicateurs se comportait asymptotiquement comme la dynamique de meilleure réponse. F. Forges a recensé différents mécanismes d'allocation réalisables pour les économies d'échange dans lesquelles les dotations initiales dépendent des types des agents et a vérifié dans quelle mesure ces mécanismes satisfaisaient le "principe de révélation". En collaboration avec F. Koessler (THEMA, Université de Cergy-Pontoise), elle a caractérisé les équilibres de Nash de jeux de persuasion longue, dans lesquels un joueur informé peut échanger des messages avec un décideur au fil de nombreuses étapes. Dans ces jeux, le premier joueur peut, s'il le souhaite, certifier l'information qu'il transmet. En collaboration avec E. Minelli, elle a généralisé le théorème d'Affriat, qui donne des conditions nécessaires et suffisantes pour que les choix observés d'un consommateur soient rationalisables, c'est-à-dire maximisent une fonction d'utilité, en admettant des ensembles budgétaires très généraux.

R-A Dana a poursuivi son travail à l'interface de la théorie de l'équilibre général, de la théorie de la décision, de l'économie financière, de la finance comportementale et de la microéconomie de

l'assurance, thèmes qui sont au coeur du projet ANR *Croyances* proposé par E. Jouini auquel elle participe. Une collaboration très régulière avec G. Carlier lui a permis de développer des outils mathématiques basés sur les inégalités de réarrangement et les dominances stochastiques qui se sont révélés avoir des applications très variées en finance et en microéconomie de l'assurance: caractérisation des mesures du risque qui ne dépendent que de la loi, effet de l'hétérogénéité des croyances sur le partage des risques et sur les prix d'équilibre (en collaboration avec G. Carlier), plafonds de garantie et franchises mixtes pour les contrats d'assurance (avec Carlier), existence et la caractérisation de contrats optimaux en information symétrique lorsqu'il y a des risques non assurables (en collaboration avec M. Scarsini) et en information asymétrique, pour des assureurs en situation de monopole (avec Carlier)... Poursuivant une collaboration ancienne avec C. Le Van (PSE-Paris 1-CNRS), elle a tout d'abord édité avec lui un livre sur la croissance optimale et une encyclopédie de la théorie de la croissance ("A Handbook of Growth Theory") en temps discret. Reprenant des travaux plus anciens faits en collaboration avec F. Magnien (INSEE) sur l'arbitrage et existence de l'équilibre avec marchés financiers, elle a étudié ces problèmes pour des mesures du risque et plus généralement pour des agents avec des anticipations imprécises sur les états futurs et un comportement averse à l'ambiguïté. Outre sa collaboration avec Dana, Carlier (arrivé au CEREMADE en 2004) s'est intéressé à des problèmes d'économie urbaine via le transport optimal (avec Ekeland sur l'aspect équilibre et Santambrogio sur des questions de congestion de trafic) sa collaboration avec Ekeland s'oriente actuellement sur des problèmes de matching. Il a aussi travaillé sur des problèmes variationnels issus de la théorie des incitations, sur le contrôle optimal de dynamiques avec mémoire (avec Tahraoui) et sur des problèmes de minimisation de la variation totale liés aux ensembles de Cheeger (avec M. Comte de Paris 6, et G. Buttazzo de Pise).

[Lien vers les fiches individuelles des membres du groupe](#)