

---

Nom :

Prénom :

Groupe :

Rendre l'énoncé avec la copie

---

Attention, il peut y a voir des points NEGATIFS pour la présentation.

**Exercice 1** Pour  $x$  réel,  $|x|$  désigne la valeur absolue de  $x$ .

$$\text{Soit } f(x) = \frac{x}{1 + |x|}.$$

Donner le domaine de définition de  $f$  et montrer que  $f$  est strictement croissante sur son domaine de définition puis que pour tout  $y \in ]-1, 1[$  il existe un unique  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $f(x) = y$ .

**Exercice 2** Comme en TD, pour tout réel  $x$ , on définit la partie entière, notée  $E$ , par :  $E(x)$ , le plus petit entier  $n \in \mathbb{Z}$  tel que

$$n \leq x < n + 1.$$

Donner le domaine de définition et étudier la continuité de la fonction  $f$  suivante

$$f(x) = E(x) + \sqrt{x - E(x)}.$$

**Exercice 3** Soit les fonctions suivantes

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-3x}{5-2x}}, \quad g(x) = \sqrt{2x-5} \quad \text{et} \quad h(x) = (\ln(4x-3))^2.$$

1. Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes.
2. Déterminer le domaines de définitions des fonctions marginales des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  et calculer les fonctions marginales de  $f$ ,  $g$  et  $h$ .
3. Donner un point  $x_0$  appartenant aux trois domaines de définitions des fonctions marginales  $f$ ,  $g$  et  $h$ .
4. Donner l'élasticité des fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  et  $fg/h$ .
5. On considère que la fonction  $h(x)$  pour  $x \geq 1$  représente le chiffre d'affaire d'une entreprise en fonction du temps de travail  $x$ .

Montrer que le chiffre d'affaire est strictement croissant par rapport au temps de travail.

Donner un développement limité de  $h$  à l'ordre 2 au point 1.

En déduire la position de la tangente au point d'abscisse  $x = 1$ .

**Exercice 4** Soit la fonction  $f : [-1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ , définie par

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}.$$

1. Montrer que  $f$  admet une fonction réciproque que l'on explicitera. On donnera aussi l'ensemble de départ et d'arrivé de la fonction réciproque
2. Donner un développement limité de  $f$  à l'ordre 1 au point 2.

**Exercice 5** Soit la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{20x^2 - 18x + 11}{(2x - 1)^2(x + 3)}.$$

1. Pout tout entier  $n$ , donner les dérivées d'ordre  $n$  de  $f$  et donner les domaines de définition associés.

Indication : On pourra dans un premier temps trouver les réels  $a$  et  $b$  vérifiant l'égalité suivante

$$f(x) = \frac{a}{(2x - 1)^2} + \frac{b}{x + 3}.$$

**Exercice 6** Soient les ensembles suivants :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < |x - 1| < 1\}; B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x \leq 1\};$$
$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1, |y| \leq 1\}; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 4\}.$$

1. Représenter ces ensembles.
2. Préciser si ils sont bornés.