

Devoir Maison à rendre Vendredi 11 Janvier 2012.

Devoir Facultatif apportant un bonus sur la moyenne.

Exercice très court portant sur l'optimisation sous contrainte d'inégalité :

Résoudre le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } f(x,y) = xy + \exp(-xy) \\ \text{sc : } g(x,y) \leq 0 \end{array} \right.$$

avec $g(x,y) = x^2 + y^2 - 1$

Pour résoudre le problème, vous serez amenés à vous poser les questions suivantes :

1. Les fonctions f et g sont-elles de classe C^2 sur $\mathbb{R}^2$?
2. L'espace défini par la contrainte est-il un compact de $\mathbb{R}^2$?
3. Ainsi, le problème possède-t-il une solution ?
4. Puisque la réponse est « oui », déterminer la solution en s'inspirant des quatre étapes de la « méthodologie dans le cas général » vue en cours dernièrement (résolution partielle du problème sur la frontière de l'ensemble E défini, résolution partielle du problème sur l'intérieur de E , et délibération en comparant les valeurs de f prises en tous ses points critiques que vous aurez bien pu trouver).