

③ on cherche $h \in \mathbb{R}$ tel que $f(2011+h) = 0,05 \cdot f(2011)$:

or $f(2011+h) - f(2011) \sim h f'(2011)$ soit $-0,95 f(2011) \sim h f'(2011)$ d'où $h = \frac{-0,95 f(2011)}{f'(2011)}$

d'où : $h \approx 3$. La production de 2014 ne représentera plus que 5% de celle de 2011...

④ $F(x)$ = production totale de pétrole jusqu'à l'année x

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-x+1970}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1 = 100\%$$

la production totale tend vers 100% donc Hubbert pense que tout le pétrole sera exploité (selon sa modélisation).

⑥ (i) F sur $\mathbb{C}^2$ sur $\mathbb{R}$ et admet donc un DL_2 (1970).

Soit ε une fonction définie et continue au $V(0)$ telle que $\varepsilon(0) = 0$:

$$\forall x \in \mathbb{R} : F(x) = F(1970) + (x-1970) F'(1970) + \frac{(x-1970)^2}{2} F''(1970) + (x-1970)^2 \varepsilon(x-1970)$$

$$F(x) = \frac{1}{2} + (x-1970) \cdot f(1970) + \frac{(x-1970)^2}{2} \cdot f'(1970) + (x-1970)^2 \varepsilon(x-1970)$$

$$F(x) \underset{1970}{\sim} \frac{1}{2} + (x-1970) \cdot \frac{1}{4}$$

(ii) $F(1971,5) \sim \frac{1}{2} + \frac{1,5}{4} = \frac{3,5}{4} = 87,5\%$ Il restera 12,5% de pétrole aux USA après l'été 1971.

(iii) Le modèle est parfaitement réaliste et a valu à Hubbert un franc succès !

- le pic de 1970 qu'il avait prévu en 1956 s'est réellement produit ! et pas plus tard qu'en 1971 ! Il avait donc un très juste.

- de manière générale il est logique de modéliser la production du pétrole par une courbe en cloche, croissante jusqu'à atteindre une production optimale, avant de décroître vers 0.

- les paramètres μ et σ lui ont permis d'adapter la fonction de modélisation à différents régions des USA, et de l'appliquer à d'autres pays, et même à d'autres énergies comme le carbone, les carburants, les gaz...

Difficultés : - les 2 chocs pétroliers de 1973 et 1979 ont remis en cause son modèle.

- on peut facilement imaginer que 2 paramètres ne suffisent pas pour modéliser un tel produit parce que les impacts peuvent provenir de différentes sources : pourquoi pas une fonction de plusieurs variables pour décrire encore mieux la modélisation ? [cf contrôle n°2 ;) ...]