

UE 13 : SOUTIEN – SEMAINE DU 9 DÉCEMBRE AU 15 DÉCEMBRE

### Exercice 1

On note  $g$  la fonction de deux variables réelles vérifiant  $g(x; y) = xy \ln y$ .

1. Donner l'ensemble de définition de  $g$  puis expliquer brièvement pourquoi la fonction  $g$  est de classe  $\mathcal{C}^2$  sur cet ensemble.
2. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de  $g$ .
3. On suppose que la variable  $x$  augmente de 2 % et que la variable  $y$  reste constante. De quel pourcentage approximatif va varier  $g(x; y)$  ?
4. L'ensemble de définition de  $g$  est-il convexe ? Sur cet ensemble, la fonction  $g$  est-elle convexe ? concave ? On justifiera précisément les réponses.

### Exercice 2

La *surface corporelle* d'un être humain, souvent utilisée pour le dosage de certains médicaments, est la surface externe de la peau recouvrant le corps. Il est possible de la calculer à l'aide de la *formule de Mosteller*, proposée en 1987, dans laquelle  $S$  est la surface corporelle en mètres carrés,  $T$  la taille en centimètres et  $M$  la masse en kilogrammes :

$$S = \frac{\sqrt{TM}}{60}.$$

On note  $f$  la fonction définie pour tout  $(x; y)$  de  $]0; +\infty[ \times ]0; +\infty[$  par  $f(x; y) = \frac{\sqrt{xy}}{60}$ .

1. Calculer la surface corporelle d'un homme de 80 kg mesurant 1,80 m.
2. Montrer que  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur son ensemble de définition.
3. Calculer les élasticités partielles de  $f$ .
- 4.a. Au 1<sup>er</sup> septembre, la balance de Béatrice indiquait 50 kg. Depuis, Béatrice a grossi de 5 kg et sa taille est restée constante. Donner une approximation de la variation relative de la surface corporelle de Béatrice entre le 1<sup>er</sup> septembre et aujourd'hui.
- 4.b. Il y a six mois, le petit Paul pesait 20 kg et mesurait 1,20 m. Hier, lors d'une visite pour un vaccin, son médecin a indiqué 22 kg pour 1,26 m. De quel pourcentage approximatif la surface corporelle de Paul a-t-elle varié entre les deux dates ?
- 4.c. Suite à un régime, Alexandra est passée de 60 kg à 57 kg, mais sa surface corporelle n'a pas été modifiée. Que s'est-il passé ? Aujourd'hui, Alexandra mesure 1,68 m. Quelle était sa taille avant son régime ? On demande un calcul approché.

### Exercice 3

Donner l'ensemble de définition de la fonction  $f$  définie par  $f(x; y) = x + xy + \exp(yx^2)$ , ainsi qu'une équation du plan tangent à la surface représentative de  $f$  au point  $(1; 0; 2)$ .

Étudier la position du plan tangent par rapport à la surface de  $f$  au voisinage de  $(1; 0; 2)$ .