

**Master 280 - Mido : 1 Juillet 2016**  
Pierre Brugière <sup>1</sup>: Risque de Crédit 1h30

**[8pts] Exercice 1:**

- 1) Que signifie CDO ?
- 2) Que signifie CLO ?
- 3) Que signifie CDS ?
- 4) On considère un CDO formé de 30 bonds de probabilité de défaut pour chaque bond égale à 5% et de corrélation de défaut entre eux égale à  $\rho$ . Toutes choses étant égales par ailleurs que se passe-t-il en général si  $\rho$  augmente:
  - a) pour le prix de la tranche senior ?
  - b) pour le prix de la tranche junior ?
  - c) pour le prix de la tranche mezzanine ?
- 5) Qu'est-ce que le  $Z - score$  de Altman ?
- 6) Qu'appelle-t-on un modèle structurel en risque de crédit ?
- 7) Que représente la "Distance to Default" ?
- 7) Qu'appelle-t-on le modèle KMV ?
- 8) Quelle est la différence entre un "Reduced Form Model" et un "Structural Model" en risque de crédit ?
- 9) Comment crée-t-on de la corrélation entre les événements de défaut dans un modèle d'intensité ?
- 10) A quel moment le défaut se produit-t-il dans un processus de Cox ?
- 11) Quel est l'intérêt des processus de Cox ?
- 12) Ecrire la fonction de répartition d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda(t)$
- 13) Quelles relations les études de Duffie & Co trouvent-elles entre les paramètres d'intensité historiques et implicites de défaut ?
- 14) Comment fonctionne un modèle de contagion ?
- 15) Qu'est-ce que le "Diversity Score" ?
- 16) Que veut dire "EDF" et qui l'utilise en risque de crédit ?
- 17) Comment peut-on approximer le spread  $s$  à partir de l'intensité risque neutre de défaut  $\lambda$  et du recovery rate  $R$  ?
- 18) Pour calibrer des prix de marchés de CDS allez-vous plutôt utiliser un modèle structurel ou à forme réduite ? pourquoi ?
- 19) Qu'est-ce qu'une copule ?
- 20) Qu'a-t-il été reproché aux copules utilisées par le marché en 2008 ?

---

<sup>1</sup>Pierre Brugière Université Paris 9 Dauphine

**[12pts] Problème :**

On considère  $n$  entreprises dont les valeurs des actifs  $V^i$  évoluent suivant les équations:  $dV_t^i = rV_t^i dt + \sigma_i V_t^i dB_t^i$  avec  $B_t^i = \rho B_t^0 + \sqrt{1 - \rho^2} W_t^i$  où les  $W_t^i$  et  $B_t^0$  sont des Browniens indépendants et  $\rho \in ]-1, 1[$ . Dans le modèle on fait l'hypothèse que à l'instant  $T$  l'entreprise  $i$  fera défaut sur sa dette  $D^i$  si et seulement si  $V_T^i < D^i$ .

**[0.5pt]1)** Démontrer que  $E[B_t^i] = 0$  et  $Var[B_t^i] = t$ .

**[0.5pt]2)** Que représente  $\rho$  dans le modèle ?

**[1.5pts]3)** Ecrire l'expression de  $V_t^i$  en fonction de  $V_0^i$ ,  $r$ ,  $\sigma_i$  et  $B_t^i$ .

Soit  $Z^i$  la variable aléatoire qui vaut 1 si l'entreprise  $i$  fait défaut sur sa dette  $D^i$  à l'instant  $T$  et qui vaut zéro sinon.

**[0.5pt]4)** Comment appelle-t-on une variable aléatoire du type de la variable aléatoire  $Z^i$  ?

**[1pt]5)** Ecrire l'expression de  $E[Z^i/B_T^0 = x]$  sous la forme:  $\Phi\left(-\frac{c^i + \rho x}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right)$  où  $\Phi$  est la fonction de répartition d'une loi normale  $N(0, 1)$ . Que vaut  $c^i$  ?

On suppose désormais que toutes les  $c^i$  sont égales et valent  $c$  et on note  $p(x)$  la quantité  $E[Z^i/B_T^0 = x]$ .

**[1pt]6)** Calculer  $E[p(B_T^0)]$ , que l'on note  $\bar{p}$ , en fonction de  $\Phi$ ,  $c$  et  $\rho$ .

**[2pts]7)** Pour tout  $u \in [0, 1]$  écrire l'expression de  $P(p(B_T^0) < u)$ , que l'on note  $F_{p(B_T^0)}(u)$ , en fonction de  $\Phi$ ,  $\Phi^{-1}$ ,  $\bar{p}$ ,  $u$ ,  $\rho$ .

**[2pts]8)** Montrer que  $correl(Z^1, Z^2) = \frac{var(p(B_T^0))}{\bar{p}(1 - \bar{p})}$ .

On pose  $F_n(u) = P\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} Z^i < u\right)$ .

**[1pt]9)** Montrer que pour tout  $u \in [0, 1]$   $F_n(u) \rightarrow F_{p(B_T^0)}(u)$ .

On considère maintenant une banque qui détient un grand nombre de bonds  $D^i$  à son actif et l'on suppose que tous ces bonds ont des caractéristiques similaires et présentent entre eux les mêmes corrélations de défaut  $\rho(Z_i, Z_j)$ .

**[2pts] 10)** Comment à partir du modèle précédent calculeriez vous une  $Var$  99% pour le portefeuille ?