

**Master 280 - Mido : 28 Juin 2018**

Pierre Brugière <sup>1</sup>: Risque de Crédit 1h

**[10pts] Exercice 1:**

1. Qu'est-ce que le  $Z$  - score de Altman?
2. Ecrire la fonction de répartition d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  constant
3. Ecrire la fonction de répartition d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda(t)$  déterministe dépendant du temps
4. Ecrire la fonction de répartition d'une loi de Cox de paramètre  $\lambda(X_s)$
5. Comment peut-on approximer le spread  $S$  à partir du recovery rate  $R$  et de l'intensité constante  $\lambda$  du processus de défaut?
6. Que signifie CDO?
7. On considère un CDO formé de 50 bonds de probabilité de défaut pour chaque bond égale à 5% et de corrélation de défaut entre eux égale à  $\rho$ . Toutes choses étant égales par ailleurs que se passe-t-il en général si  $\rho$  baisse:
  - a) pour le prix de la tranche senior?
  - b) pour le prix de la tranche junior?
  - c) pour le prix de la tranche mezzanine?
8. Comment crée-t-on de la corrélation entre les événements de défaut dans un modèle d'intensité?
9. Quel est l'intérêt des processus de Cox?
10. Comment fonctionne un modèle de contagion?
11. Qu'est-ce que le "Diversity Score"?
12. Peut on trouver deux var de Bernouilli  $X_1$  et  $X_2$  de paramètres 10% avec une corrélation de 100%?
13. Quelle est la variance maximale que peut avoir une variable aléatoire à valeurs dans  $[0, 1]$ ?
14. Dans les modèles de défaut ou  $X_i < 1 \implies Z_i < \tilde{p}$  avec zéro recovery rate par quel loi approxime-t-on  $\sqrt{n}(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - E[\tilde{p}])$  quand  $n$  est grand ?

---

<sup>1</sup>Pierre Brugière Université Paris 9 Dauphine

15. Quelle est l'espérance d'une loi Beta de paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ ?
16. Qu'est-ce qu'une copule?

**[10pts] Problème :**

On appelle Copula Archimédienne une copula qui peut s'écrire sous la forme  $C(u_1, u_2, \dots, u_d) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \dots, \phi(u_d))$ .

Soit  $Z$  une variable aléatoire de densité  $g$  telle que  $P(Z > 0) = 1$

Soit  $M$  définie sur  $[0, +\infty[$  par  $M(x) = \int_0^{+\infty} e^{-xz} g(z) dz$

1. **[1pt]** Que vaut  $M([0, +\infty[)$ ?
2. **[1pt]** Pourquoi  $M$  est elle inversible ?

On note  $M^{-1}$  l'inverse de  $M$  et on note  $V_1, \dots, V_d$  des lois uniformes sur  $[0, 1]$  indépendantes de  $Z$

3. **[2pts]** Montrer que  $M(\frac{-\ln(V_1)}{Z})$  est une loi uniforme sur  $[0, 1]$

Pour  $i \in \llbracket 1, d \rrbracket$ , on pose  $U_i = M(\frac{-\ln(V_i)}{Z})$

4. **[2pts]** Calculer la copule définie par  $(U_1, \dots, U_d)$ . Est-elle archimédienne ?

Pour  $\alpha > 1$ , on prend à partir de maintenant  $g(z) = Cz^{\alpha-1}e^{-\alpha z} \mathbf{1}_{z>0}$  ( $C$  est la constante qui fait que l'intégrale vaut 1).

5. **[2pts]** Calculer  $M(x)$
6. **[2pts]** Calculer la copule définie par  $(U_1, \dots, U_d)$ .