



Pratique des Options

16 Mars 2017



BNP PARIBAS
CORPORATE & INVESTMENT BANKING

| The bank for a changing world

Bertrand Faucher
Trading Stocks Correlation BNP Paribas

Qu'est ce qu'un trader?

- **Gérant d'un portefeuille d'actifs financiers dit risqués**
 - Maximisation de la profitabilité du portefeuille sous contraintes de risques
- **Quel type de traders? Prop trader vs market maker**
 - Les golden boys and girls vs les sorcières?
 - Mauvaise représentation collective des métiers du trading?
 - Buy side vs sell side



Rôle du market maker

- **Se tenir prêt à montrer des prix “two-way” aux clients sur un panel d’actifs plus ou moins compliqués**
 - Two-way?
 - Un prix auquel j’accepte d’acheter le produit financier (le Bid)
 - Un prix auquel j’accepte de vendre le produit financier (le Ask)
 - Assurer la liquidité du marché sur ce panel d’actifs
 - Un trade = un contrat bilatéral entre le client et l’institut financier qui lui fait face
- **Gérer le portefeuille de positions face aux clients**
- **Maintenir les marges d’un portefeuille d’actifs risqués**
 - Très similaire aux autres industries
 - Quelles marges?



Pratique des options

Rôle du market maker

- J'achète un produit à 8.51 un produit que je valorise à 8.89
- Marge initiale $8.89 - 8.51 = 0.38$
- Solution pour conserver la marge
 - Je revends le même produit
 - 1. Au dessus de 8.89 Full margin
 - 2. Au dessus de 8.51 Margin
 - Plus rien à faire, marge +/- loquée
 - Je revends un produits très similaire
 - Même type de risque
 - J'ai 0.58 EUR maximum à dépenser
 - Besoin de maintenir le portefeuille
 - Mismatch de risques

BNP 60.14 +0.48% ↑ sbowldpwspe

Filtered market: Hide other markets Exercise: Am

Market	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	Strike	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	C D...BS
Eurex			24.23			36	85	2.04	2.3	2.5	85	98.05 RVSI
Euronextpar	85	20.48	20.46	21.27	85	40	85	2.85	3.18	3.35	85	93.78 RVSI
Eurex	1	2	20.45			40	85	2.93	3.18	3.28	85	93.77 RVSI
Euronextpar	85	16.98	16.97	17.8	85	44	85	3.92	4.28	4.48	85	86.8 RVSI
Eurex	85	16.98	16.97	17.85	85	44	85	3.93	4.28	4.49	85	86.8 RVSI
Eurex	85	15.11	15.36	16.42	85	46	85	4.56	4.93	5.13	85	82.8 RVSI
Euronextpar	85	13.12	13.86	15.1	85	48	85	5.25	5.64	5.83	85	78.67 RVSI
Eurex	85	13.14	13.86	15.11	85	48	85	5.25	5.64	5.84	85	78.67 RVSI
Eurex	85	10.97	11.18	11.79	85	52	85	6.86	7.28	7.56	85	69.23 RVSI
Euronextpar	85	8.51	8.89	9.37	85	56	85	8.78	9.22	9.58	85	60.53 RVSI
Eurex	85	8.51	8.89	9.37	85	56	85	8.78	9.21	9.59	85	60.52 RVSI
Euronextpar	85	6.52	6.97	7.31	85	60	85	10.96	11.46	11.86	85	52.07 RVSI
Eurex	85	6.54	6.97	7.34	85	60	85	10.98	11.46	11.88	85	52.06 RVSI
Euronextpar	85	4.93	5.37	5.64	85	64			14			44.17 RVSI
Eurex	85	4.93	5.37	5.65	85	64	85	13.52	13.99	14.51	85	44.16 RVSI
Eurex	85	2.64	3.04	3.18	85	72			19.85			29.81 RVSI
Euronextpar	85	1.27	1.63	1.76	85	80			26.56			18.68 RVSI
Eurex	85	1.27	1.63	1.76	85	80			26.55			18.68 RVSI



Rôle du market maker

- **Se tenir prêt à montrer des prix “two-way” aux clients sur un panel d’actifs plus ou moins compliqués**
- **Encaisser des petites marges en maintenant un niveau de risques très limité**
- **Le market maker “subit” les positions qui sont dans son book face aux clients**
 - **Il ne choisit pas l’ensemble des deals de son portefeuille**
- **Le market maker ne joue pas avec l’argent de la banque, c’est l’exact opposé**
 - Contrôle poussé des risques des books de market makers
 - Limites de risque très strictes qui tendent progressivement vers 0
 - Toute position est censée pouvoir être retournée plus ou moins rapidement dans le marché vers 0
- **Séparation très claire des activités de market making et de prop trading**
 - Régulation de plus en plus contraignante
 - Dood-Franck, French Banking Law
 - Séparation des activités de prop trading et de market making dans des entités ségréguées
 - Mise en place de chinese walls très strictes
 - Confidentialité de certaines transactions



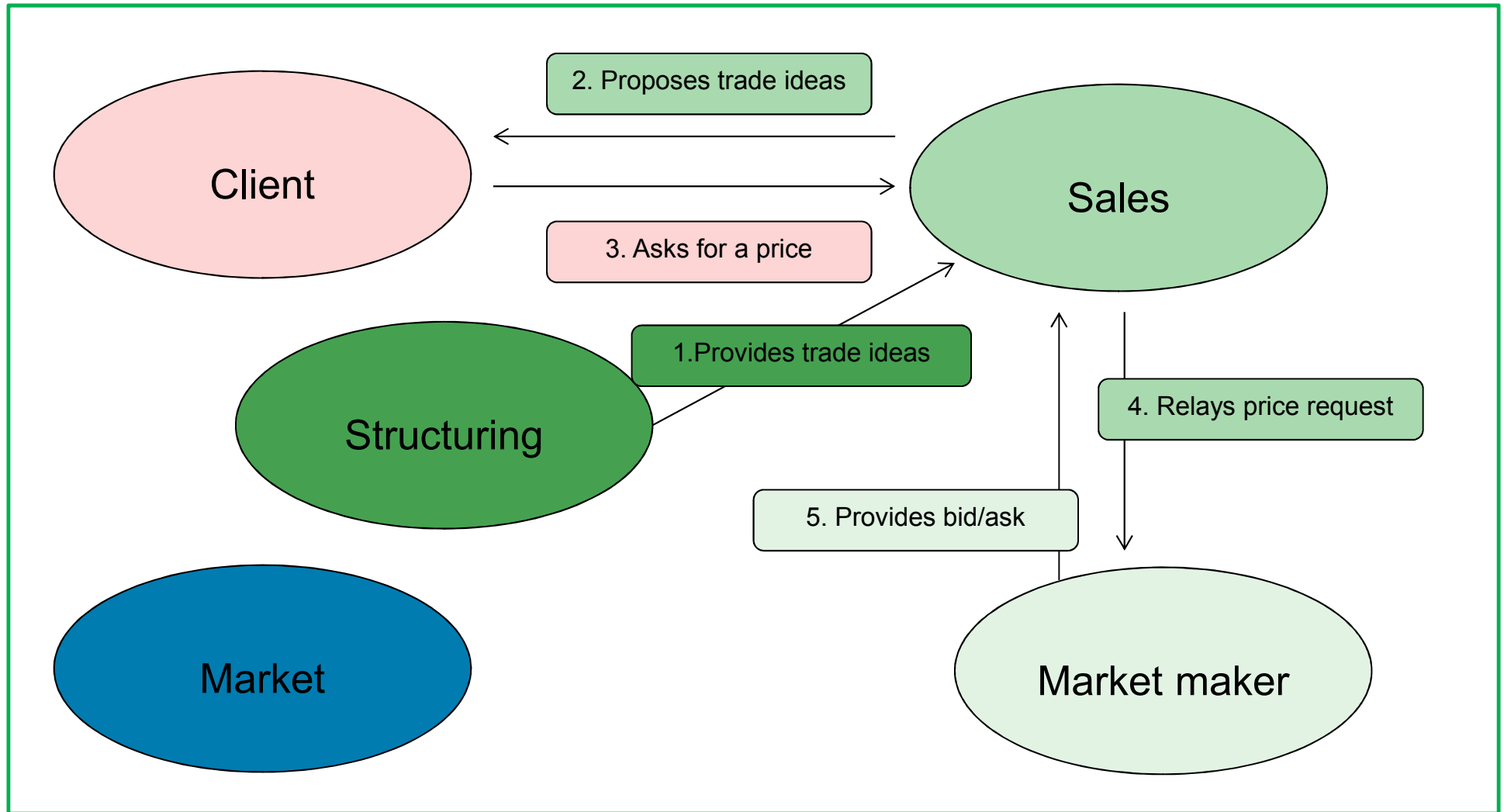
Rôle du buy side

- **Buy side : hedge fund, pension fund, asset manager, family office, banques privées, clients retail**
 - (les investisseurs)
- **Maximiser la rentabilité d'un portefeuille d'actifs risqués sous contraintes de risques**
- **Le prop trader "choisit activement" les positions qui forment son book**
 - L'ensemble du portefeuille est monté de façon active
- **Cela implique un cout de bid / ask sur chaque trade**
 - Sur l'exemple précédent du market maker, le trade "coute" 0.58 au prop trader
- **Le prop trader sous contrainte optimise ses investissements**
 - Contrainte d'objectif d'investissement
 - Fonds action emerging
 - High Beta european stocks
 - High yield bond alpha
 - Limites de risque interne
 - Var (Value At risk)
 - Limite sur les paramètres qui affectent la valeur du portefeuille
 - Delta
 - Vega
 - Crédit



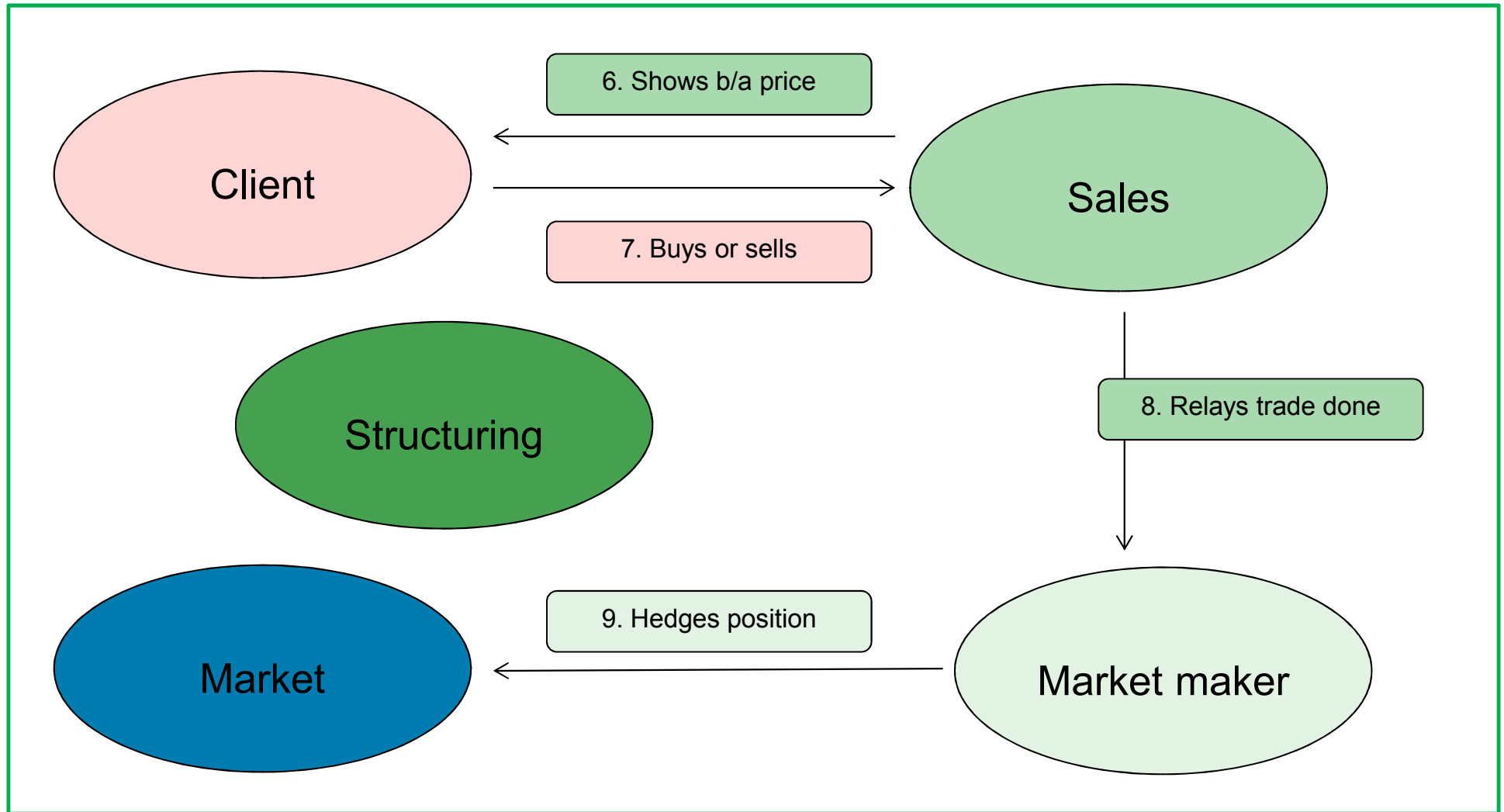
Pratique des options

Organisation des rôles : qui fait quoi?



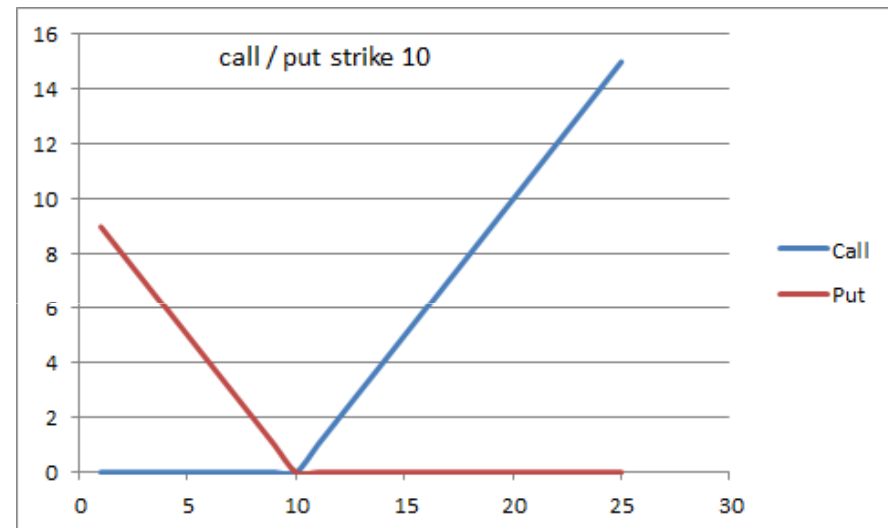
Pratique des options

Organisation des rôles : qui fait quoi?



Les options

- Les options les plus basiques: les calls et les puts
 - Call : option (et non obligation) d'acheter un actif financier à un prix donné à une date donnée
 - $\text{Max}(S(T) - \text{strike}, 0)$
 - Put : option (et non obligation) de vendre un actif financier à un prix donné à une date donnée
 - $\text{Max}(\text{Strike} - S(T), 0)$
 - Il existe des options bien plus compliquées
 - Options asiens
 - Options à barrière
 - Options « path dependant »
 - Options hybrides
 - Options quantos
 - Options compo



Pricing des options

➤ Formule de Black Scholes

➤ Modélisation mathématique de l'évolution du prix d'un actif risqué (la diffusion)

$$\text{➤ } dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$$

➤ r taux d'intérêt

➤ repo = repurchase rate

➤ div = taux de dividende

➤ σ = volatilité du sous-jacent

➤ Comment ça marche?

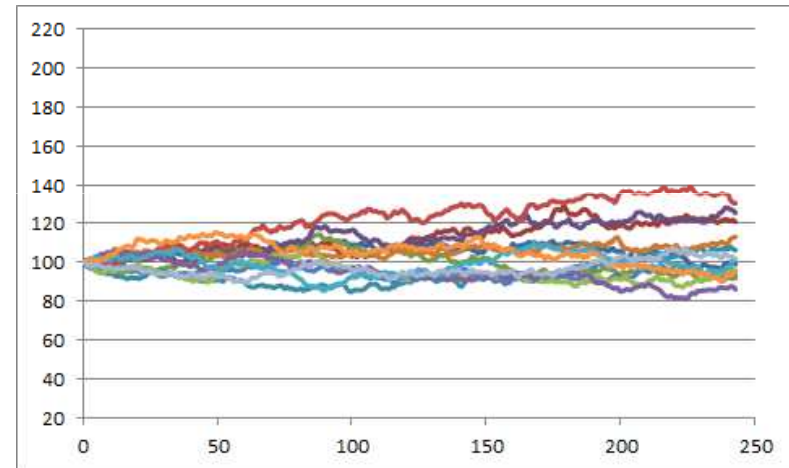
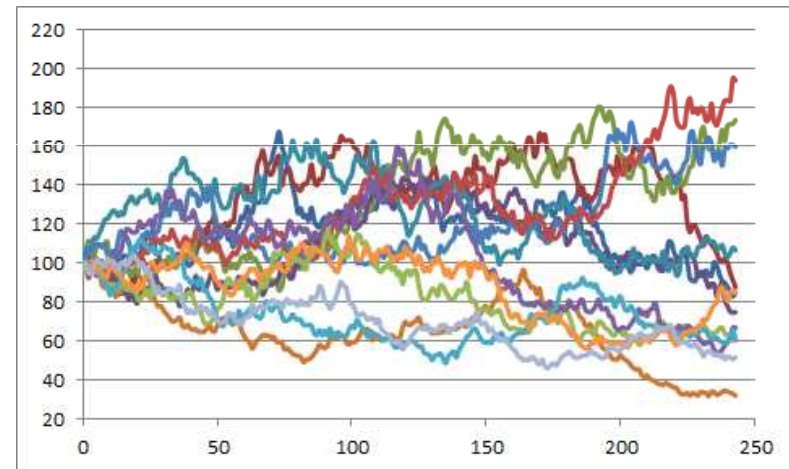
➤ On fait des simulations de trajectoires et on price la moyenne du payoff sur l'ensemble des trajectoires

➤ Simulations de Monte-Carlo

➤ Bonne nouvelle, Black and Scholes ont trouvé une formule fermée pour les call et les puts

➤ Prix (call,K,T) = $F(S_0, T, K, \sigma, r, \text{repo}, \text{div})$

➤ Pas besoin de lancer une simulation de MonteCarlo pour pricer des options vanille



Aparté: le delta one, dividende et repo

➤ Diffusion de Black Scholes

$$dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$$

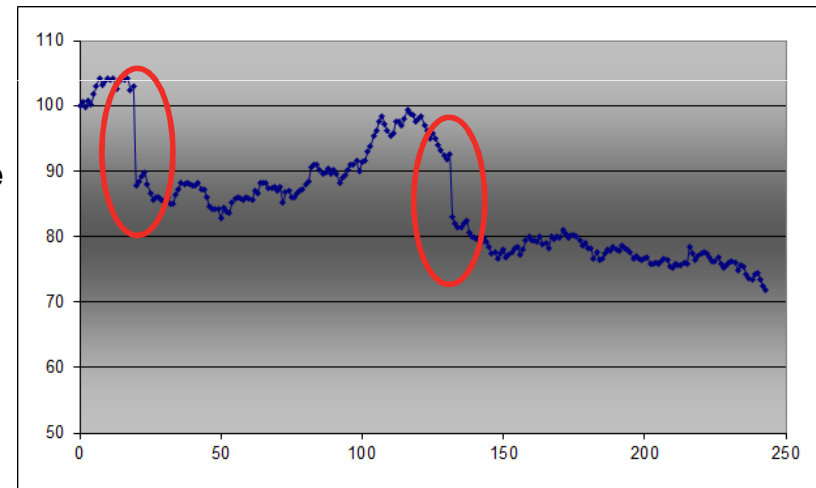
➤ Les stocks payent des dividendes à leur actionnaires

- Le cours du stock “décroche” du niveau du dividende le jour de l'ex date
- Ex-date: Premier jour à partir duquel le propriétaire du stock ne reçoit pas le dividende
- Si le stock ne décroche pas du dividende le jour de l'ex-date, il y a une opportunité d'arbitrage

➤ Impact sur le niveau du forward (contrat à terme)

- $S_0 = 100$
- Maturite 1Y
- Taux d'interet 1%
- Div = 4

- FWD = 97



- Exemple de stock payant deux dividendes (très élevés...) dans la période et décrochage du stock

- Pour me hedger, j'emprunte 100 sur 1 an, je rembourse 101 à maturité et je touche 4 de dividende, je peux garantir un prix a maturité de $101 - 4 = 97$



Pratique des options

Aparté: le delta one, dividende et repo

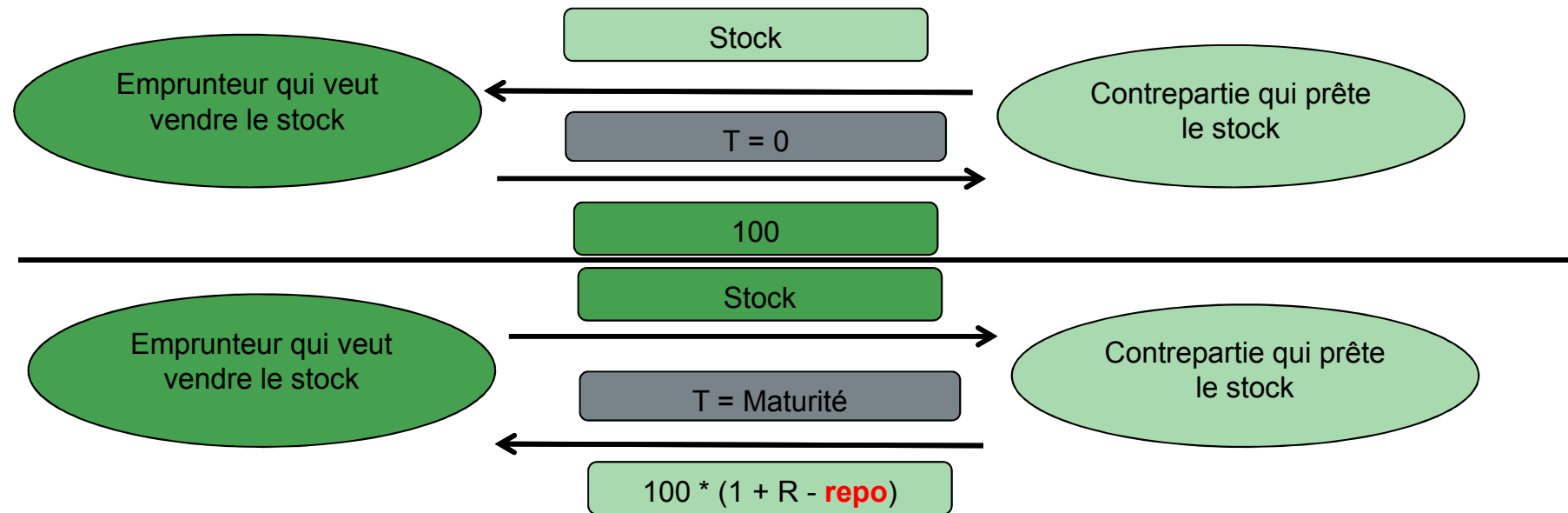
➤ Diffusion de Black Scholes

$$dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$$

➤ Les dividendes, la partie immergée de l'iceberg

➤ Repo = Repurchase Agreement (et le O dans tout ça?)

- Interdiction de vendre un stock sans le posséder (vente à découvert)
- Obligation de "louer" le stock si on veut le vendre
- Repo = loyer à payer pour posséder le stock



Aparté: le delta one, dividende et repo

➤ Diffusion de Black Scholes

$$➤ dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$$

➤ Le forward d'un stock est donc impacté principalement par trois paramètres

➤ Taux d'intérêt

➤ Taux de repo

➤ Dividend yield

➤ Intérêt pour celui qui prête le stock

➤ Il s'agit d'une activité de financement

➤ Le prêteur lève du cash et le rémunère d'une certaine manière

➤ Intérêt pour celui qui emprunte le stock

➤ Il peut vendre sans être à découvert

➤ Le contrat de repo ne l'expose pas à la variation du niveau du stock

➤ Impact sur le niveau du forward (contrat à terme)

➤ $S_0 = 100$

➤ Maturité 1Y

➤ Taux d'intérêt 1%

➤ Repo = 1%

➤ Div = 4

➤ **FWD = 96**

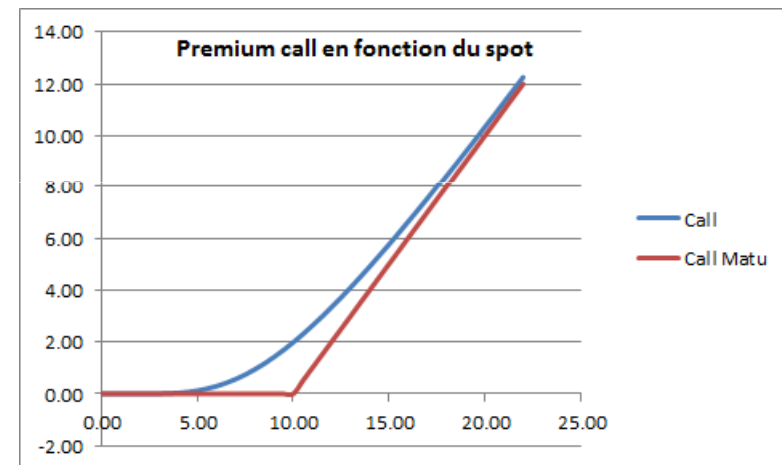
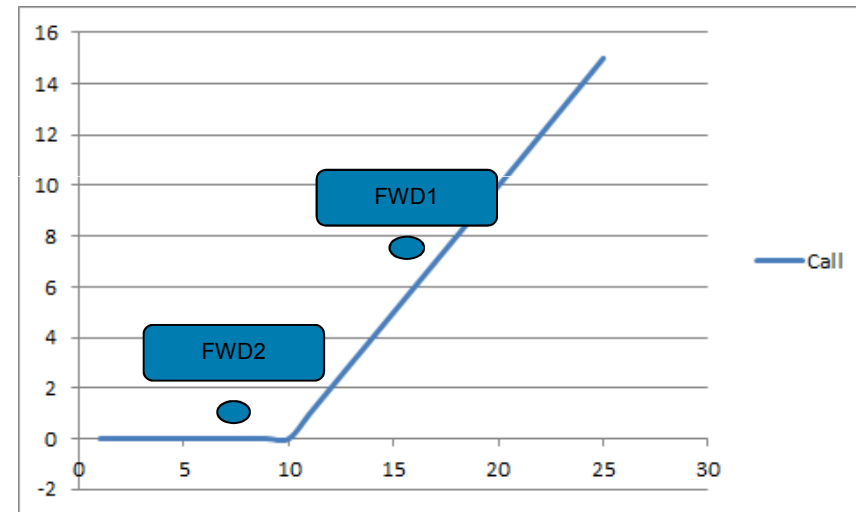


Pratique des options

Dividende et repo, facteurs decisifs du pricing d'option

➤ Diffusion de Black Scholes

- $dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$
- Prix (call,K,T) = F(S0, T, K, σ , r, repo, div)
- Le niveau du forward est la base du pricing de tout produit dérivé avant la volatilité
 - Udl #1 sous jacent Brésilien qui ne paye pas de div
 - Udl #2 sous jacent Européen qui paye 7%de div yield par an dans la période
 - Maturité 5Y
 - Quel call est le plus cher? (les sous-jacent ont à peu près la même volatilité)

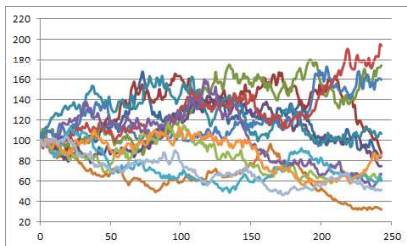


Pratique des options

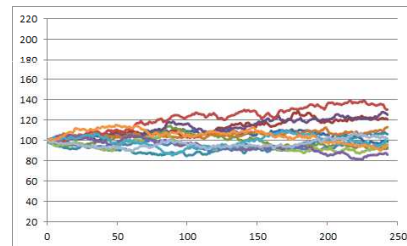
La volatilité, le facteur clé des options

- Bijection entre prix des vanilles et volatilité implicite
- La volatilité représente l'écart type de la distribution
- De combien bouge mon sous-jacent en moyenne par an?
- Quel mouvement est implicite par le marché des options en moyenne par jour?

➤ $\sigma_{\text{daily}} = \sigma_{\text{BS}} / 16$



$\sigma = 50\%$



$\sigma = 15\%$

BNP +0.19%
59.96 ↑

showldpwspe

17Mar17

24Mar17

31Mar17

07Apr17

13Apr17

21Apr17

19May17

16Jun17

15Sep17

15Dec17

15Jun18

21Dec18

21Jun19

20Dec19

18Dec20

17Dec21

Filtered market: Hide other markets Exercise: Am

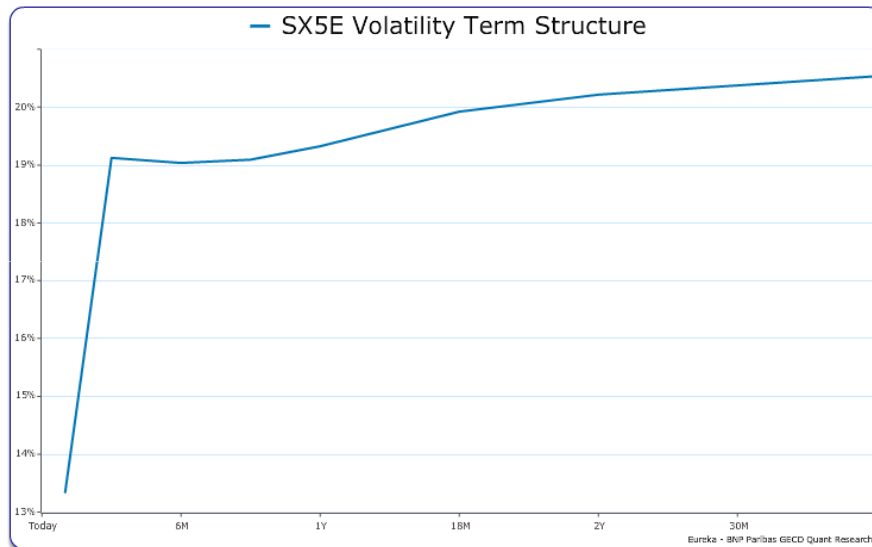
Market	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	Strike	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	C D...BS	
Eurex			36.9			36	85	35.2	36.9	38.1	85	98.03	RVSI
Euronextpar	85	35.7	35.2	46.5	85	40	85	33.4	35.2	36	85	93.69	RVSI
Eurex	1	-205.3	35.2			40	85	33.8	35.2	35.6	85	93.69	RVSI
Euronextpar	85	33.8	33.6	39.7	85	44	85	31.9	33.6	34.4	85	86.44	RVSI
Eurex	85	33.6	33.6	39.9	85	44	85	31.9	33.6	34.4	85	86.43	RVSI
Eurex	85	31.8	32.9	39.2	85	46	85	31.3	32.9	33.6	85	82.28	RVSI
Euronextpar	85	29.2	32.2	38.9	85	48	85	30.6	32.2	33	85	78.28	RVSI
Eurex	85	29.4	32.2	38.8	85	48	85	30.6	32.2	33	85	78.29	RVSI
Eurex	85	30.2	30.9	33.5	85	52	85	29.5	30.9	32	85	69.02	RVSI
Euronextpar	85	28.6	29.8	31.6	85	56	85	28.3	29.8	31	85	60.1	RVSI
Eurex	85	28.7	29.8	31.7	85	56	85	28.3	29.8	31.1	85	60.09	RVSI
Euronextpar	85	27.6	28.9	30.3	85	60	85	27.3	28.9	30.4	85	51.75	RVSI
Eurex	85	27.5	28.9	30.2	85	60	85	27.3	28.9	30.4	85	51.74	RVSI
Euronextpar	85	26.7	28.1	29.1	85	64	85		28.1			43.81	RVSI
Eurex	85	26.7	28.1	29.1	85	64	85	26.4	28.1	29.9	85	43.8	RVSI
Eurex	85	25.2	26.7	27.4	85	72	85		26.7			29.53	RVSI
Euronextpar	85	24	25.7	26.5	85	80	85		25.7			18.47	RVSI
Eurex	85	23.9	25.7	26.4	85	80	85		25.7			18.46	RVSI
Eurex			25			88	85		25			10.95	RVSI
Euronextpar			24.9			100	85		24.9			14.9	RVSI



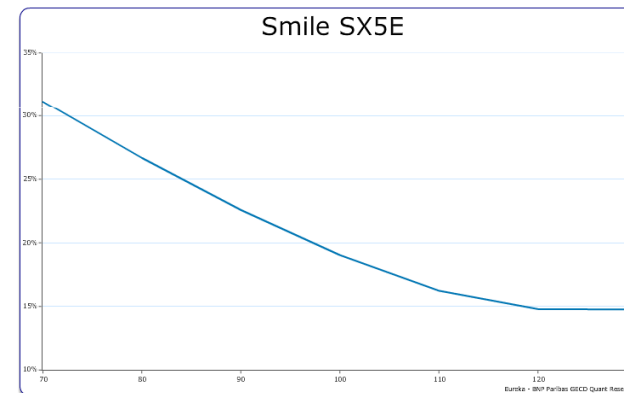
Pratique des options

La volatilité, le facteur clé des options

- On observe de façon empirique que la volatilité implicite n'est pas constante par maturité et par strike
 - Par strike on parle du smile de volatilité
 - Par maturité on parle de la term structure de vol



Market	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	Strike	BidQ	Bid	Theo	Ask	AskQ	C D...BS
Eurex			36.9			36	85	35.2	36.9	38.1	85	98.03
Euronextpar	85	35.7	35.2	46.5	85	40	85	33.4	35.2	36	85	93.69
Eurex	1	-205.3	35.2			40	85	33.8	35.2	35.6	85	93.69
Euronextpar	85	33.8	33.6	39.7	85	44	85	31.9	33.6	34.4	85	86.44
Eurex	85	33.6	33.6	39.9	85	44	85	31.9	33.6	34.4	85	86.43
Eurex	85	31.8	32.9	39.2	85	46	85	31.3	32.9	33.6	85	82.28
Euronextpar	85	29.2	32.2	38.9	85	48	85	30.6	32.2	32.9	85	78.28
Eurex	85	29.4	32.2	38.8	85	48	85	30.6	32.2	33	85	78.29
Eurex	85	30.2	30.9	33.5	85	52	85	29.5	30.9	32	85	69.02
Euronextpar	85	28.6	29.8	31.6	85	56	85	28.3	29.8	31	85	60.1
Eurex	85	28.7	29.8	31.7	85	56	85	28.3	29.8	31.1	85	60.09
Euronextpar	85	27.6	28.9	30.3	85	60	85	27.3	28.9	30.4	85	51.75
Eurex	85	27.5	28.9	30.2	85	60	85	27.3	28.9	30.4	85	51.74
Euronextpar	85	26.7	28.1	29.1	85	64		28.1				43.81
Eurex	85	26.7	28.1	29.1	85	64	85	26.4	28.1	29.9	85	43.8
Eurex	85	25.2	26.7	27.4	85	72		26.7				29.53
Euronextpar	85	24	25.7	26.5	85	80		25.7				18.47
Eurex	85	23.9	25.7	26.4	85	80		25.7				18.46
Eurex			25			88		25				10.95
Euronextpar			24.9			100		24.9				1.43



Pratique des options

La volatilité, le facteur clé des options

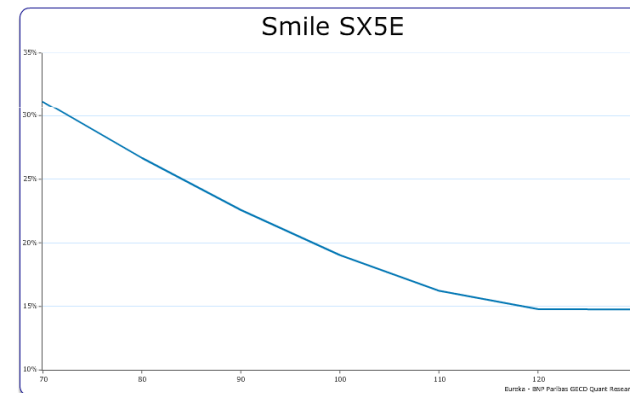
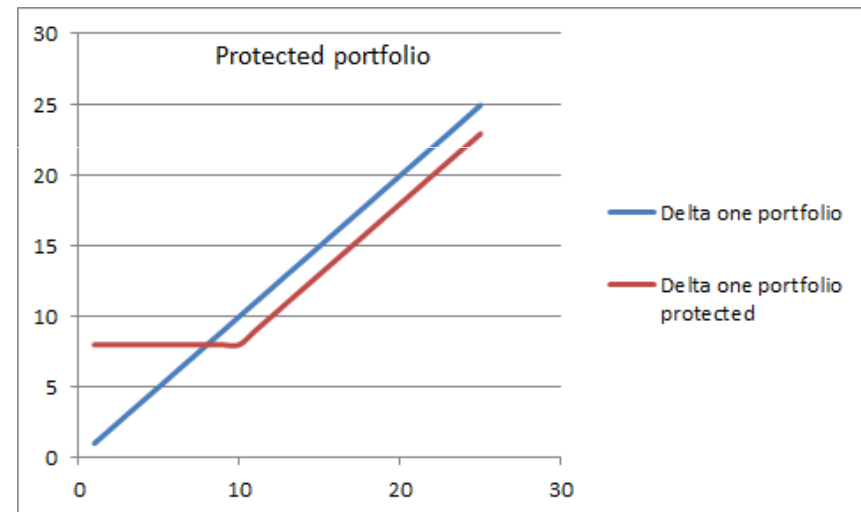
- La term structure et le smile : le cas de l'action BNP Paribas
 - Vol des petits strikes plus haute que celle des hauts strikes
 - (vol des puts plus élevée que la vol des calls)
 - Vol de la maturité mai plus haute que celle des autres maturités
 - Que se cache-t-il dans ces prix?
 - Quels facteurs peuvent expliquer cela?

Expiry	ImpFwd	80.0%	90.0%	95.0%	97.5%	100.0%	102.5%	105.0%	110.0%	120.0%
Mar-17	59.98	47.984	53.982	56.981	58.48	59.98	61.479	62.979	65.978	71.976
Mar-17	59.98	62.96	45.36	39.49	36.63	34.54	33.15	31.37	32.21	36.07
Mar-17	59.98	57.30	42.41	37.13	34.64	32.84	31.62	30.10	29.89	33.51
1Q-17	59.97	48.01	38.05	33.88	32.12	30.82	29.89	28.90	27.09	29.71
Apr-17	59.97	42.65	34.58	31.08	29.67	28.61	27.82	27.05	25.14	26.47
Apr-17	59.97	39.66	32.42	29.32	28.10	27.17	26.45	25.79	24.05	24.43
Apr-17	59.97	38.02	31.50	28.79	27.74	26.92	26.28	25.70	24.22	23.62
May-17	59.95	48.58	42.98	40.39	39.19	38.08	37.05	36.09	34.31	31.72
Jun-17	57.24	42.07	38.01	36.55	35.92	35.35	34.79	34.24	33.01	30.58
Sep-17	57.21	36.48	33.63	32.58	32.12	31.70	31.31	30.93	30.17	28.47
Dec-17	57.18	34.44	32.11	31.23	30.84	30.47	30.12	29.78	29.12	27.79
Jun-18	55.42	33.01	31.04	30.18	29.77	29.38	29.00	28.64	27.95	26.72
Dec-18	55.42	31.63	29.75	28.93	28.54	28.18	27.83	27.49	26.88	25.84
Jun-19	53.25	31.01	29.41	28.71	28.39	28.08	27.78	27.50	26.98	26.11



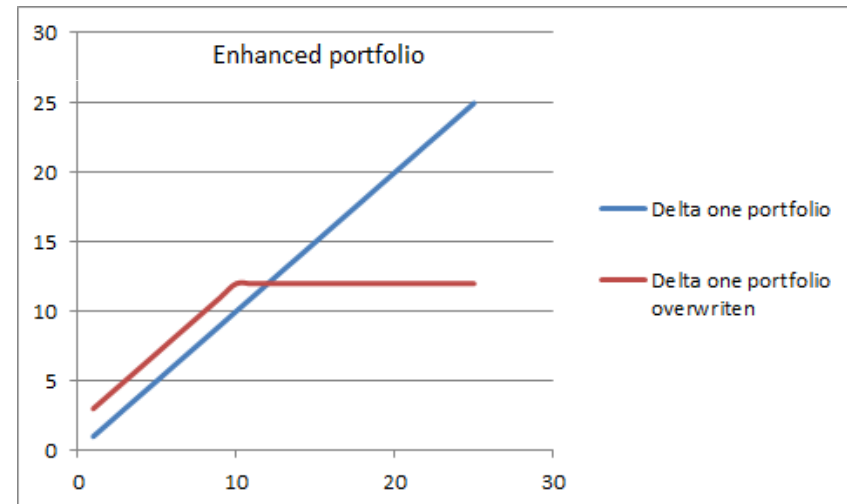
Facteurs explicatifs du smile equities

- Pourquoi achète-t-on des puts?
 - Investisseur en moyenne long marché equities
 - Besoin d'acheter de la protection afin de protéger son portefeuille en cas de baisse du marché
 - Beaucoup d'acheteurs de put, pression haussière sur les prix et donc sur la vol implicite
 - Put = protection = assurance
- Effets psychologiques
 - Marchés plus volatiles lorsqu'il y a des mauvaises nouvelles économiques (pas forcément back testé dans la réalité)
 - Les equities baissent lorsqu'il y a des mauvaises nouvelles...
 - La volatilité des puts est donc plus élevée



Facteurs explicatifs du smile equities

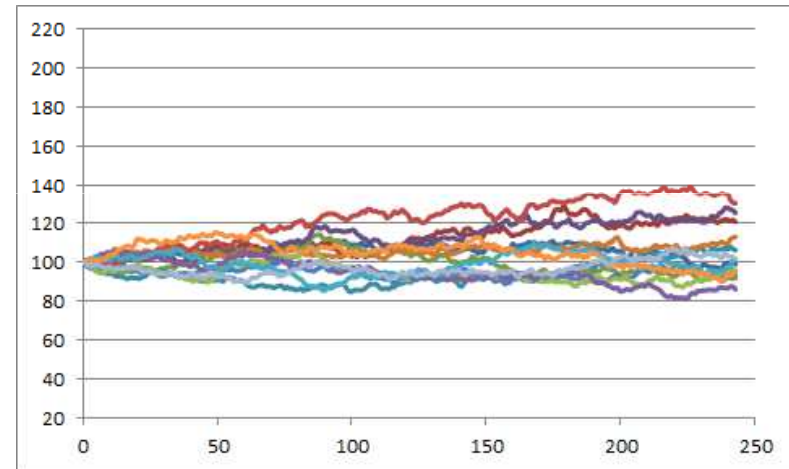
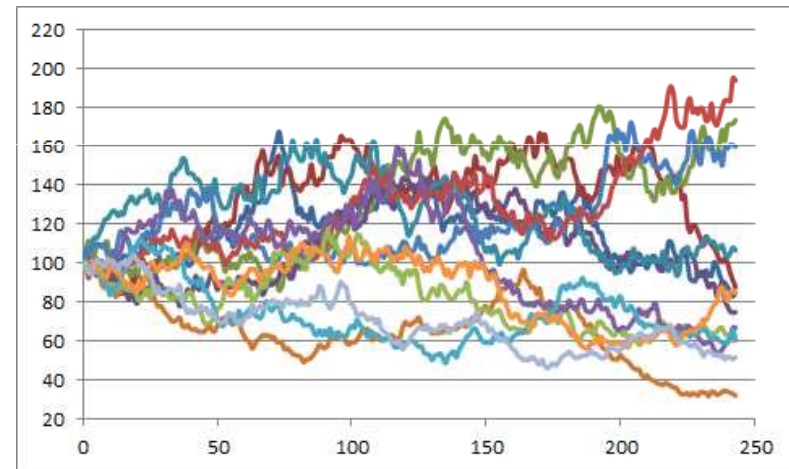
- Pourquoi vend-t-on des calls?
 - Investisseur en moyenne long marche equities
 - Abandon d'une certaine partie de l'upside pour améliorer le portage du portefeuille
 - Beaucoup de vendeurs de calls, pression baissière sur les prix et donc sur la vol implicite
 - Avantage : bénéficie d'un quick in sur le portefeuille en tirant un trait sur le très upside
- Effets psychologiques
 - Marchés moins volatiles lorsqu'il y a des bonnes nouvelles économiques (pas forcément back testé dans la réalité)
 - Les equities montent lorsqu'il y a des bonnes nouvelles...
 - La volatilité des calls est donc plus faible



Pratique des options

Retour sur le pricing des options

- **Modèle de Black Scholes :**
 - $dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma dWt$
 - Prix (call,K,T) = F(S0, T, K, σ , r, repo, div)
 - Deux solutions pour pricer des options vanilles
 - Simulation de MonteCarlo vs formule fermée
- **Paradoxe avec les niveaux de volatilité implicite qui diffèrent suivant les strikes et les maturités**
 - Smile / term structure, BS ont-ils tort?
- **Comment fait-on pour pricer des produits autres que des vanilles?**
- **Modèle à volatilité locale (modèle de Dupire)**
 - $dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma(s,t) dWt$
 - Avec $\sigma(s,t)$ la vol locale qui dépend des volatilités implicites du marché
- **Avantage: on peut tout pricer (vanilles + produits plus compliqués avec une seule simulation de MonteCarlo)**



Vol locale, modèle de Dupire

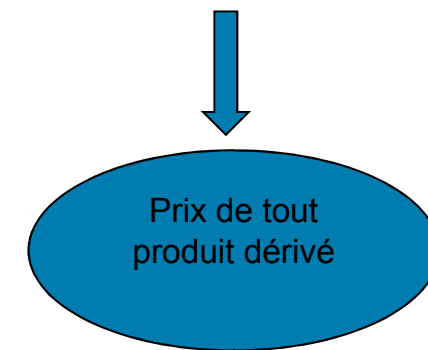
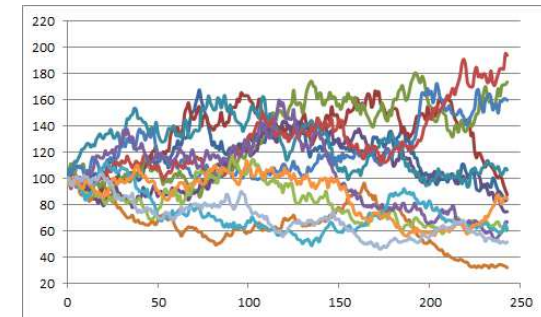
- **Modèle de Black Scholes limité par la non-prise en compte du smile**
- **Impossibilité de pricer plusieurs vanilles en même temps, encore moins des payoffs plus compliqués**
- **Diffusion en modèle à vol local (Dupire formula)

 - 1. On part des prix du marché d'options vanilles
 - 2. On les transforme à l'aide d'une formule imbuvable
 - 3. On arrive à repricer toutes les options (vanille + exos) avec un seul MonteCarlo**

Expiry	ImpFwd	80.0%	90.0%	95.0%	97.5%	100.0%	102.5%	105.0%	110.0%	120.0%
Mar-17	59.98	47.984	53.982	56.981	58.48	59.98	61.479	62.979	65.978	71.976
Mar-17	59.98	62.96	45.36	39.49	36.63	34.54	33.15	31.37	32.21	36.07
Mar-17	59.98	57.30	42.41	37.13	34.64	32.84	31.62	30.10	29.89	33.51
Apr-17	59.97	48.01	38.05	33.88	32.12	30.82	29.89	28.96	27.09	29.71
Apr-17	59.97	42.65	34.58	31.08	29.67	28.61	27.82	27.05	25.14	26.47
Apr-17	59.97	39.66	32.42	29.32	28.10	27.17	26.45	25.79	24.05	24.43
Apr-17	59.97	38.02	31.50	28.79	27.74	26.92	26.28	25.70	24.22	23.62
May-17	59.95	48.58	42.98	40.39	39.19	38.08	37.05	36.09	34.31	31.72
Jun-17	57.24	42.07	38.01	36.55	35.92	35.35	34.79	34.24	33.01	30.58
Sep-17	57.21	36.48	33.63	32.58	32.12	31.70	31.31	30.93	30.17	28.47
Dec-17	57.18	34.44	32.11	31.23	30.84	30.47	30.12	29.78	29.12	27.79
Jun-18	55.42	33.01	31.04	30.18	29.77	29.38	29.00	28.64	27.95	26.72
Dec-18	55.42	31.63	29.75	28.93	28.54	28.18	27.83	27.49	26.88	25.84
Jun-19	53.25	31.01	29.41	28.71	28.39	28.08	27.78	27.50	26.98	26.11

➔ $\sigma(s,t)$
Vol local

➔ $dS / S = (r - \text{repo} - \text{div}) dt + \sigma(s,t) dWt$



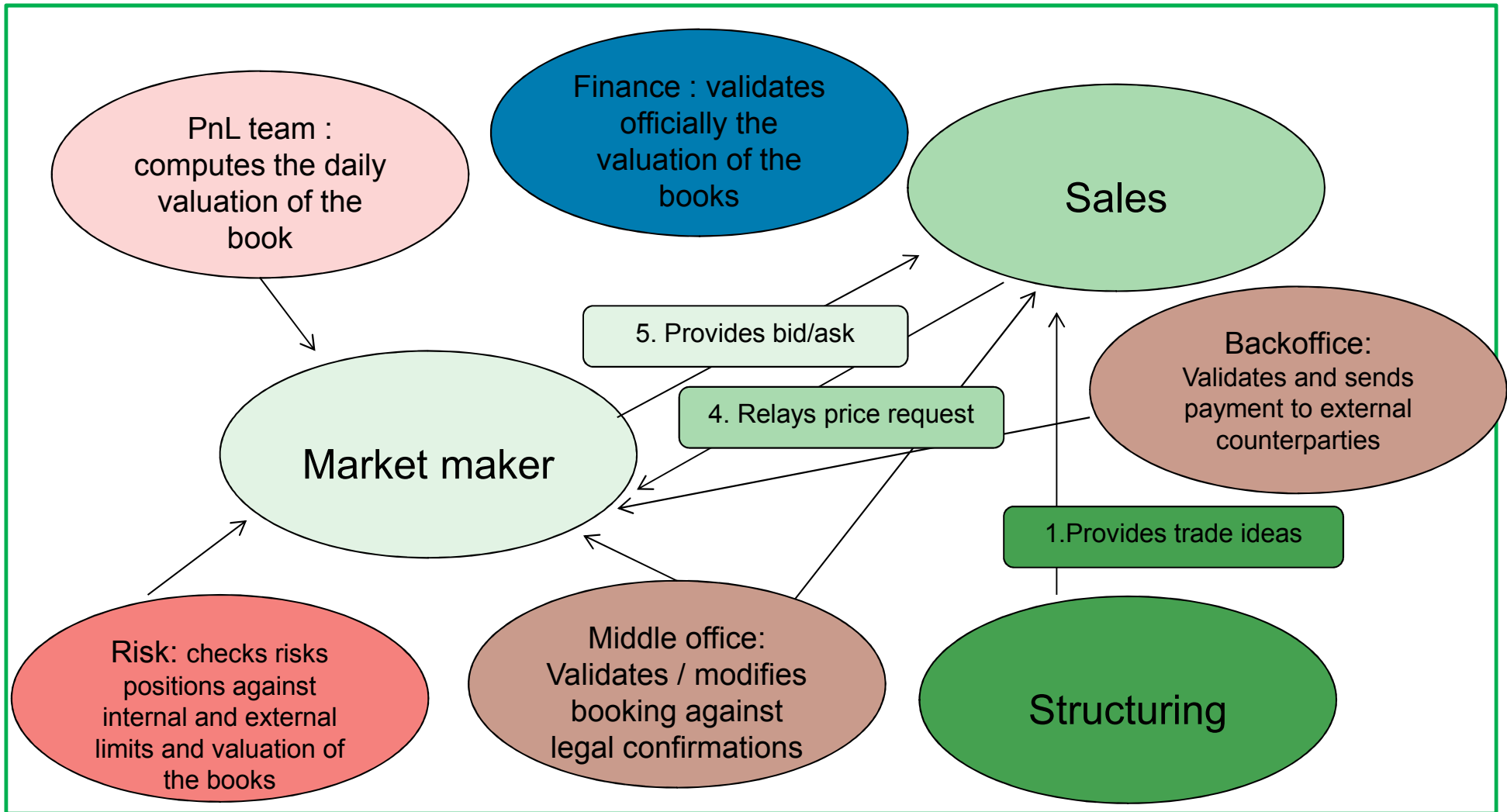
Retour dans la vraie vie: le trading de vol

- Responsabilités d'un market maker au quotidien
 - Se tenir prêt à montrer des prix “two-way” aux clients sur un panel d'actifs plus ou moins compliqués **LE PRICING**
 - Hedger les nouveaux deals du jour face aux clients **LE HEDGING INITIAL**
 - Hedger le portefeuille existant: **LE HEDGING GLOBAL**
 - S'assurer des risques de la position
 - Est ce que mon book du matin correspond à celui de la veille?
 - Comprendre les évolutions des risques du book
 - Est ce que cette nouvelle source de risque était attendue?
 - Est ce que je souhaite la hedger?
 - Quels instruments sont à ma disposition pour le faire?
 - S'assurer de l'impact des nouveaux deals + les nouveaux hedges de la journée sur les évolutions futures des risques du book
 - S'assurer d'être dans ses limites de risques
 - Clôturer les books proprement afin que les équipes support et connexes (middle office, PnL, risques, etc) puissent travailler




Pratique des options

Aparté : organisation des équipes supports et connexes



Evaluation quotidienne du PnL

➤ Production quotidienne du PnL par le trading + Middle office

- PnL, profit and loss  trader évalué sur le PnL de l'année avec des targets de résultats (le budget)
- Mesure l'écart de valorisation d'un portefeuille d'un jour à l'autre
 - $PnL(t) = Valo(t) - Valo(t-1)$
- Equivalent à une évaluation quotidienne de la performance
 - PnL envoyé tous les jours par le trading au management
 - Il ne s'agit pas d'un chiffre d'affaire mais bien d'un résultat car le PnL peut être positif ou négatif
- Facteurs principaux dont dépend le PnL
 - L'évolution du cours des sous-jacents
 - La volatilité implicite
 - Les dividendes, le repo
 - Les taux d'intérêts
 - Le niveau des cours de change
 - etc



Pratique des options

Décomposition du PnL: le thêta, premier impact

➤ Premier effet explicatif du PnL d'un book de dérivés

➤ Le temps qui passe

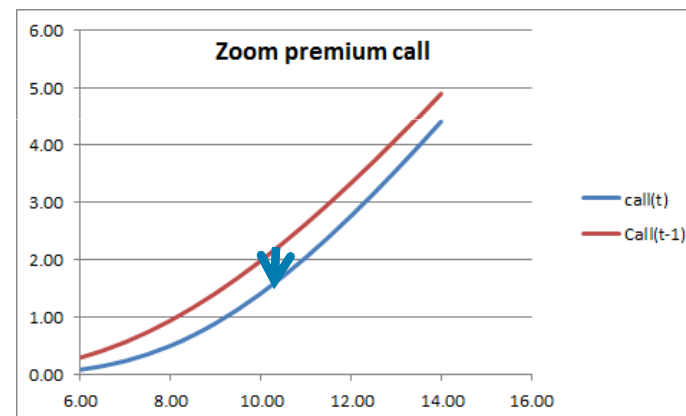
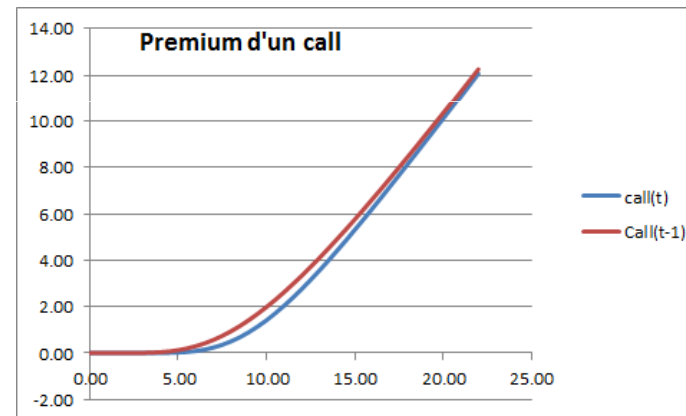
LE THETA



- Peut coûter cher
- Ou rapporter de l'argent...

➤ Exemple simple d'un call, le book est long du call

- La prime du call tends progressivement vers la valeur intrinsèque
- Tous les jours, je démarre ma journée avec un PnL négatif, toutes choses égales par ailleurs
- Si rien ne bouge, mon PnL du jour sera négatif
- Plus le fwd est proche du strike, plus le thêta est élevé
- Plus la maturité est courte, plus le thêta est élevé vers le strike
- Je connais mon thêta la veille au soir

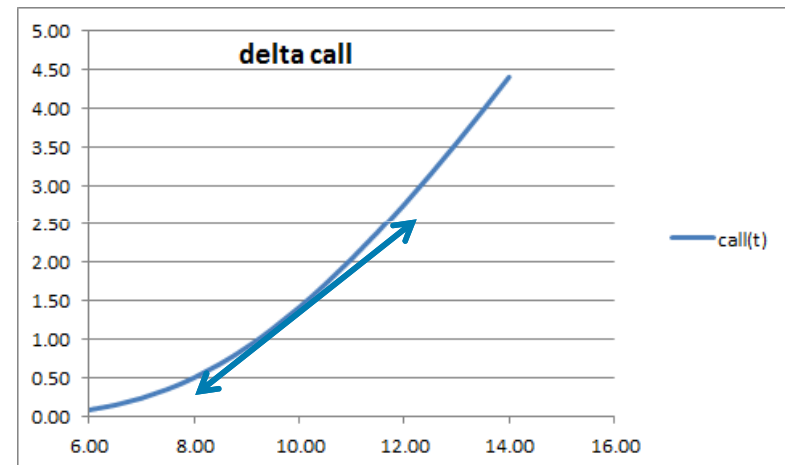


PnL: comment rembourser mon thêta?

➤ Vive le Gamma!

GAMMA

- Plus le stock bouge (lorsque le book est long option), plus le PnL est positif
- Bouger et volatilité implicite, y-a-t-il un lien?
 - La volatilité implicite, c'est l'anticipation du marche des mouvements quotidiens futurs du stock
 - Le volatilité réalisée, c'est la réalisation "dans la vrai vie" de ces mouvements quotidiens
- Il est impossible de comprendre le gamma et son cote quadratique sans maitriser la notion de delta...
 - $\text{Delta} = [\text{PV}(+1\%) - \text{PV}(-1\%)] / 2\%$ **DELTA**
 - Le delta c'est la dérivée d'ordre 1 de la prime par rapport au spot
 - Delta call BNP = +30 mio EUR
 - Si le marche prend 1%, la prime de mon option augmente de 300k EUR
 - $+1\% * 3\text{mio} = 30\text{k}$

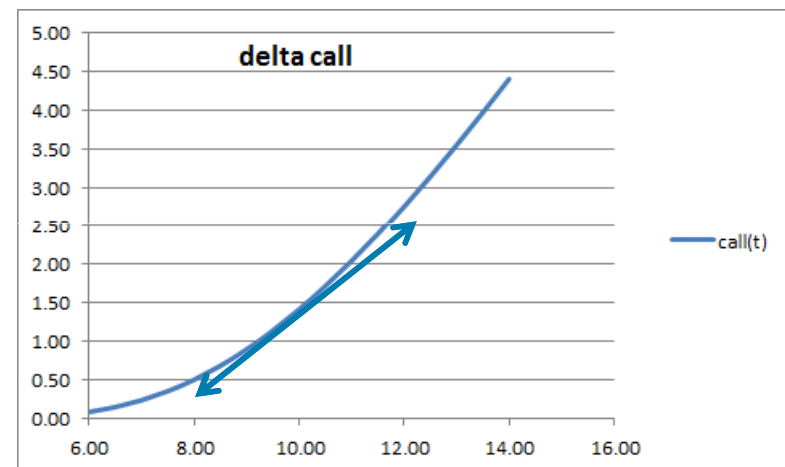


Pratique des options

Le delta hedging des options

- Le delta et sa variation en fonction du niveau du sous-jacent
- Un client vend au market maker un call BNP
 - Le market maker doit hedger ce nouveau deal
 - Priorite : hedge le facteur de risk qui a le plus d'impact sur la prime du produit derives
 - Hedge initial, **LE DELTA!**
 - Le market maker vend pour 30 mio de delta de stocks BNP dans le marche
 - Vente de 500,000 titres BNP à 60.00 EUR
 - Le delta va changer en fonction du niveau du spot BNP

Book	Delta
Call BNPP	30
Delta hedge initial	-30
Total	0



Pratique des options

Le delta hedging des options : le gamma

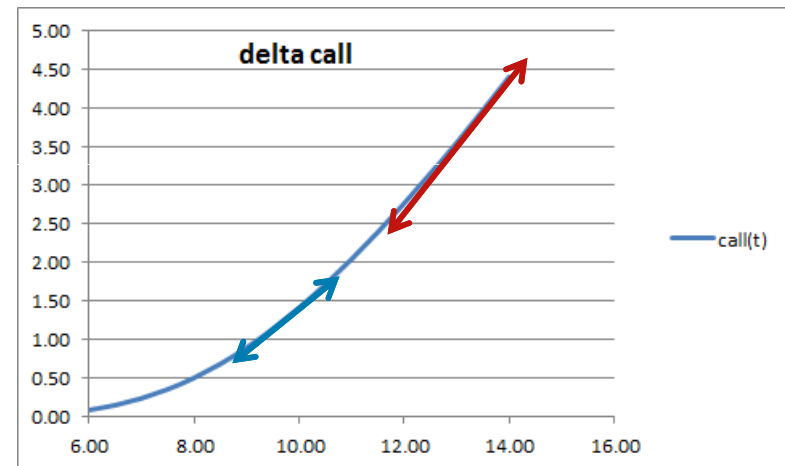
- Le delta du call est une fonction (croissante du niveau du spot)
 - Le delta de mon portefeuille dépend donc du niveau du spot
 - Plus le spot bouge, plus mon delta évolue
- Exemple précédent, BNP monte de 1% à 60.60

Book	Delta
Call BNPP	32
Delta hedge initial	-30.3
Total	1.7

- Je revends les 1.7 mio EUR de delta (28,053 titres à 60.60 EUR)

Book	Delta
Call BNPP	32
Delta hedge initial	-30.3
Delta hedge #2	-1.7
Total	0

- Quid du PnL? Ou est le gamma?



- BNP retourne à 60.00 EUR
- Je me retrouve short delta, je rachète le 28,053 titres

Book	Delta
Call BNPP	30
Delta hedge initial	-30
Delta hedge #2	-1.68
Delta hedge #3	1.68
Total	0

- $PnL = 28,053 * 0.60 = 16,831$ EUR



Pratique des options

Le delta hedging des options: le gamma

- Le delta du call est une fonction (croissante du niveau du spot)
 - Le delta de mon portefeuille dépend donc du niveau du spot
 - Plus le spot bouge, plus mon delta évolue

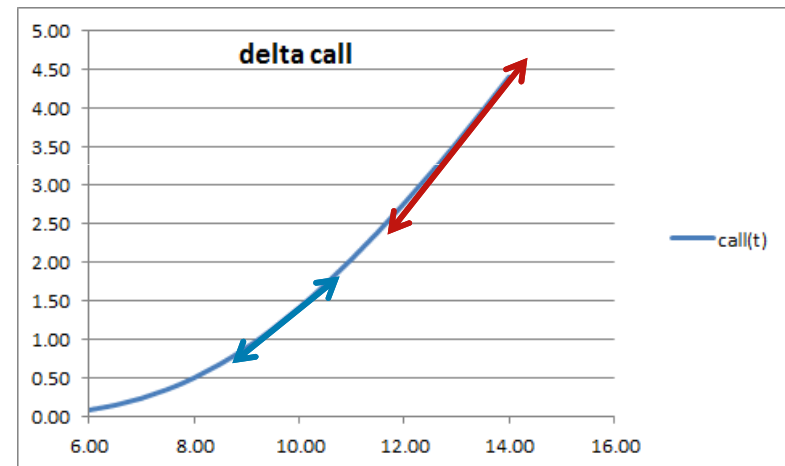
- Exemple précédent, BNP monte de 2% à 61.20

Book	Delta
Call BNPP	34
Delta hedge initial	-30.6
Total	3.4

- Je revends les 3.4 mio EUR de delta (55,555 titres à 61.20 EUR)

Book	Delta
Call BNPP	34
Delta hedge initial	-30.6
Delta hedge #2	-3.4
Total	0

- Quid du PnL? Ou est le gamma?



- BNP retourne à 60.00 EUR
- Je me retrouve short delta, je rachète les 55,555 titres

Book	Delta
Call BNPP	30
Delta hedge initial	-30
Delta hedge #2	-3.4
Delta hedge #3	3.4
Total	0

- $PnL = 55,555 * 1.20 = 66,666$ EUR
- $PnL (+2\%) = 4 * PnL (+1\%)$



PnL de carry

- On peut écrire le PnL de carry de la manière suivante:
 - **PnL carry = $\theta + \Delta * dS / S + \frac{1}{2} \gamma (dS/S)^2$**
 - Le delta (Δ) est la dérivée d'ordre 1 de la prime par rapport au niveau du sous-jacent
 - Le gamma (γ) est la dérivée d'ordre 2 de la prime par rapport au niveau du sous-jacent
 - On voit souvent le gamma comme le changement de delta par rapport au niveau du sous-jacent
 - Gamma + 5 mio EUR, si le spot bouge de +1% à la hausse, mon book sera plus long de 5 mio EUR de delta, si le marché monte de 3%, il sera plus long de 15 mio EUR
 - Être long gamma c'est se retrouver constamment dans le bon sens lorsque le marché bouge (long si ça monte, short si ça baisse)
 - Lorsque je suis long gamma, pour rembourser mon thêta j'ai besoin d'un minimum de mouvement du sous-jacent
 - Il s'agit du break even dS / S tel que **$-\theta = \frac{1}{2} \gamma (dS/S)^2$**
 - **A partir de ce mouvement de sous-jacent, j'ai remboursé mon thêta**

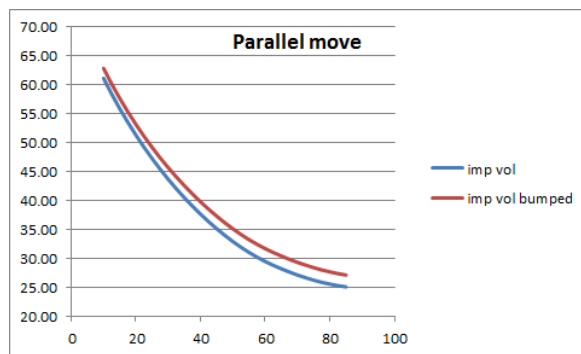


Pratique des options

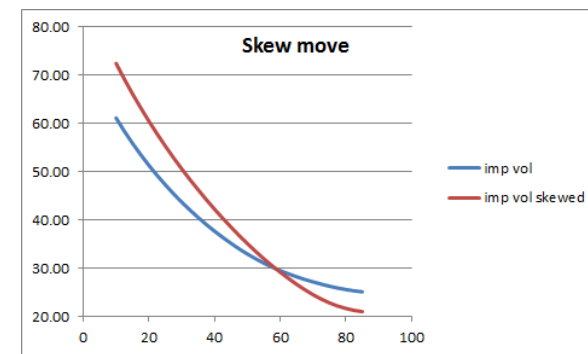
Paramétrisation de la volatilité implicite

- La valorisation des options de mon book dépend de la grille de volatilité implicite
- 4 paramètres principaux émergent qui permettent de quantifier la forme de cette grille

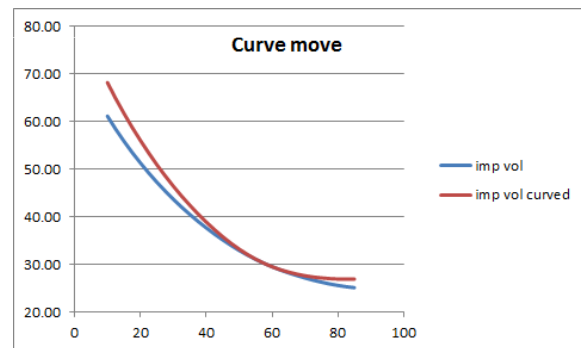
- Le niveau absolu



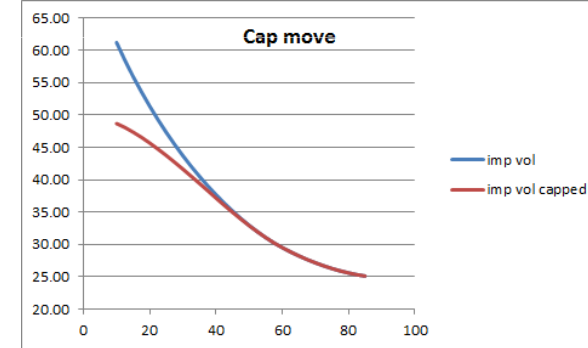
- Le niveau de pentification de la courbe (the skew)



- Le niveau de convexité de la courbe (the curvature)



- Le niveau du cap sur la volatilité

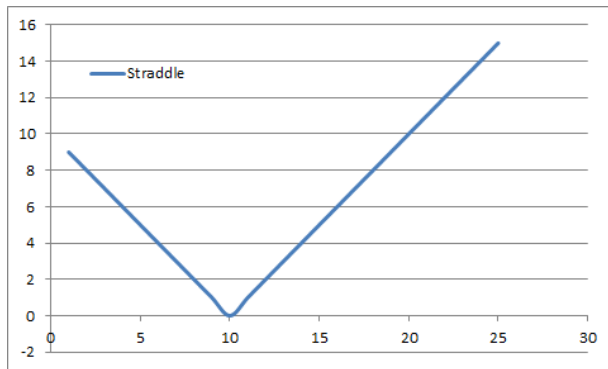


Pratique des options

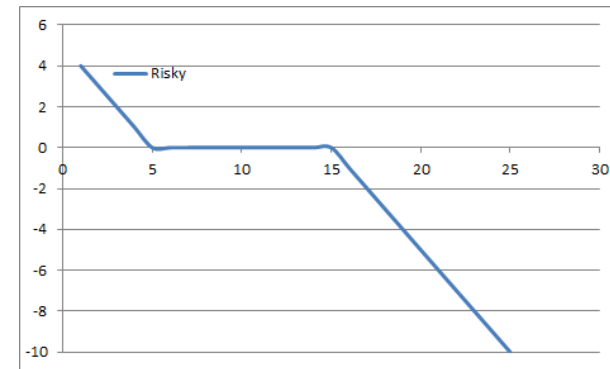
Retour dans la vraie vie: paramétrisation de la volatilité implicite

- La valorisation des options de mon book dépend de la grille de volatilité implicite
- De quels instruments de marché dispose-je pour hedger ces risques?

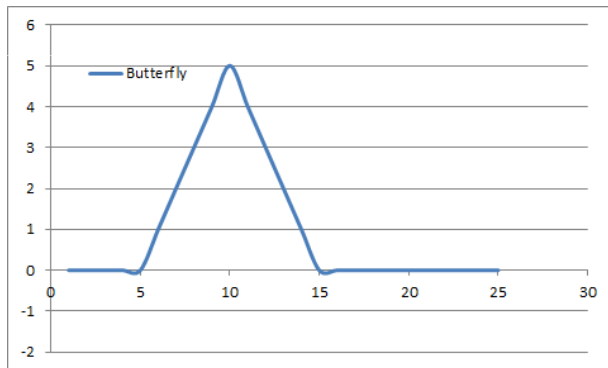
- Le niveau absolu



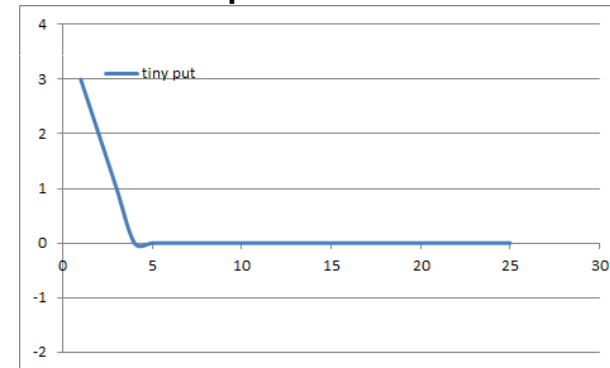
- Le niveau de pentification de la courbe (the skew)



- Le niveau de convexité de la courbe (the curvature)



- Le niveau du cap sur la volatilité



PnL d'un book d'options

➤ Decomposition du PnL

➤ 1. le carry

➤ $\text{PnL carry} = \theta + \Delta * dS / S + \frac{1}{2} \gamma (dS/S)^2$

➤ 2. Le vega

➤ PnL vega = changement de valorisation du au changement de la surface de volatilité

➤ Plusieurs facteurs:

- Mouvements parallèles de la courbe de vol
- Pentification
- Convexité
- Impact de petits puts

➤ 3. Repo / Div

➤ 4. Taux d'intérêt

➤ 5. Deals du jours

*	Daily	Trades	Carry	Lump	Vol	Div-Repo	Others
Book A	466	18	-49	50	404	43	0
Book B	-467	132	-25	20	-700	100	6
Book C	0	0	0	0	0	0	0
Book D	-231	-29	-87	6	-135	-28	-26
Book E	-135	125	-125	25	-175	75	-60
Total	-85	246	-286	101	-606	190	-80

* Chiffres fictifs ne correspondant pas à la réalité d'une quelconque activité

