

ATTRIBUTION DE PERFORMANCE

MODÈLES DE BRINSON *et al.*

Pierre Clauss

Université Paris-Dauphine

Master ISF 280

OBJECTIF DE LA CONFÉRENCE

Cette conférence d'une demi-journée va se concentrer sur les modèles de Brinson pour analyser l'attribution de performance d'un portefeuille benchmarké. L'objectif est de maîtriser ces modèles dans le cadre de portefeuilles actions et multi-devises. La conférence s'appuiera sur des ateliers Excel pour comprendre et analyser les résultats des modèles d'attribution de performance.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	4
1 LE MODÈLE DE BRINSON SUR UNE PÉRIODE	5
1.1 Les 3 générateurs de la performance arithmétique	5
1.1.1 Allocation	5
1.1.2 Sélection	6
1.1.3 Interaction	7
1.2 Le modèle de Brinson et Fachler	7
1.3 Intégrer l'effet interaction dans la sélection	8
1.4 Attribution géométrique	8
2 LE MODÈLE DE BRINSON SUR PLUSIEURS PÉRIODES	10
2.1 Attribution arithmétique et algorithme de lissage	10
2.1.1 Méthode de Carino	10
2.1.2 Méthode du GRAP	11
2.2 Attribution géométrique	12
3 ATTRIBUTION MULTI-DEVICES	13
3.1 Le modèle de Ankrim et Hensel	13
3.2 Le modèle de Karnosky et Singer	14
BIBLIOGRAPHIE	15

INTRODUCTION

La gestion active nécessite une analyse précise des générateurs de performance. Cette analyse ex-post est classiquement accompagnée d'une analyse du risque du portefeuille géré. Les premiers modèles d'analyse d'attribution de performance ont été développés dans les années 70 avec [Fama \(1972\)](#) qui avait construit un modèle d'attribution distinguant le risque du portefeuille et la sélectivité des titres le composant. Cette approche était fondée sur la théorie moderne du portefeuille issue des travaux de [Markowitz \(1952\)](#). Mais malgré ses fondements théoriques solides, cette démarche était difficile à implémenter dans l'industrie.

Dans les années 80, [Brinson, Hood et Beebower \(1986\)](#) vont développer une technique qui va devenir très populaire pour évaluer l'attribution de performance d'un portefeuille relativement à son benchmark en distinguant les effets allocation et sélection des titres en plus de l'interaction entre ces générateurs de performance.

L'attribution de performance va devenir un outil clé pour comprendre et analyser une gestion active pour le gérant, ses clients ou encore son management.

Seules sont nécessaires les positions des portefeuilles et benchmark ainsi que leurs rentabilités. L'attribution est déterminée pour une gestion top-down sur classes d'actifs, zones géographiques ou encore secteurs.

Après avoir étudié le modèle de Brinson sur une période, nous l'étudierons sur plusieurs périodes. Nous étudierons enfin deux modèles déterminant la contribution des devises.

CHAPITRE 1

LE MODÈLE DE BRINSON SUR UNE PÉRIODE

1.1 Les 3 générateurs de la performance arithmétique

Nous posons les notations suivantes pour le portefeuille et son benchmark.

La rentabilité du portefeuille investi sur n classes d'actifs est :

$$r = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i \quad (1.1)$$

avec ω_i le poids du portefeuille investi dans la classe d'actifs i . Nous supposons que la somme des poids est égale à 1. r_i est la rentabilité des actifs du portefeuille investis dans la classe d'actifs i .

La rentabilité du benchmark investi sur n classes d'actifs est :

$$b = \sum_{i=1}^n W_i b_i \quad (1.2)$$

avec W_i le poids du benchmark investi dans la classe d'actifs i . Nous supposons que la somme des poids est également égale à 1. b_i est la rentabilité des actifs du benchmark investis dans la classe d'actifs i .

L'idée du modèle de Brinson est alors de quantifier les générateurs de la performance du portefeuille relativement au benchmark à savoir $r - b$. Ceci correspond donc à l'excès de rentabilité arithmétique. Le modèle suppose que le gérant actif crée de la valeur à l'aide de l'allocation entre classes d'actifs et de la sélection des titres au sein de ces classes d'actifs.

1.1.1 Allocation

L'allocation va permettre au gérant de prendre des positions différentes sur les classes d'actifs (ou zones géographiques ou secteurs) relativement au benchmark. Le gérant va alors sur-pondérer ou sous-pondérer les classes d'actifs relativement aux positions du benchmark. L'objectif est pour le gérant de sur-pondérer les classes d'actifs qui vont sur-performer et sous-pondérer celles qui vont sous-performer. Ces paris vont

alors créer ou détruire de la valeur suivant que les choix seront judicieux. C'est l'enjeu de l'isolation de l'attribution de performance issue de l'allocation. Brinson, Hood et Beebower (1986) appellent cela l'*impact timing* ; aujourd'hui on va plus parler d'allocation d'actifs.

Pour déterminer l'impact de l'allocation sur la performance, nous déterminons un portefeuille intermédiaire isolant l'allocation. Ce fonds *allocation* va appliquer les poids du portefeuille sur les rentabilités des classes d'actifs du benchmark : ceci permet donc bien d'isoler l'allocation de la sélection. Ce fonds intermédiaire a pour rentabilité :

$$b_A = \sum_{i=1}^n \omega_i b_i \quad (1.3)$$

La contribution de l'allocation est alors déterminée par la différence entre le fonds allocation et le benchmark :

$$b_A - b = \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) b_i \quad (1.4)$$

Et la contribution de l'allocation d'actifs sur la classe i est définie par :

$$A_i = (\omega_i - W_i) b_i \quad (1.5)$$

1.1.2 Sélection

Le gérant va chercher à créer de la valeur à l'aide également d'une sélection de titres judicieux au sein d'une classe d'actifs en sur-pondérant cette fois les titres les plus performants et en sous-pondérant ceux qui sont sous-performants.

Pour isoler la sélection, nous allons définir un autre portefeuille intermédiaire, le fonds *sélection*. Cette fois-ci, les poids alloués aux classes d'actifs vont être celles du benchmark que l'on va appliquer aux rentabilités des classes d'actifs du portefeuille. En conséquence, nous allons neutraliser l'allocation pour ne conserver que la sélection des titres au sein des classes d'actifs du portefeuille.

Ce fonds intermédiaire a pour rentabilité :

$$r_S = \sum_{i=1}^n W_i r_i \quad (1.6)$$

La contribution de la sélection est alors déterminée par la différence entre le fonds sélection et le benchmark :

$$r_S - b = \sum_{i=1}^n W_i (r_i - b_i) \quad (1.7)$$

Et la contribution de la sélection dans la classe i est définie par :

$$S_i = W_i (r_i - b_i) \quad (1.8)$$

1.1.3 Interaction

L'allocation et la sélection ne vont pas en revanche expliquer totalement la différence $r - b$. Nous avons besoin d'un troisième terme : l'interaction. Ce terme est appelé originellement par [Brinson, Hood et Beebower \(1986\)](#) *autre*.

$$r - b = r_S - b + b_A - b + r - r_S - b_A + b \quad (1.9)$$

L'interaction est donc égale à : $r - r_S - b_A + b$. Nous pouvons la réécrire de la manière suivante :

$$r - r_S - b_A + b = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i - \sum_{i=1}^n W_i r_i - \sum_{i=1}^n \omega_i b_i + \sum_{i=1}^n W_i b_i = \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) (r_i - b_i) \quad (1.10)$$

Et la contribution de l'interaction pour la classe i est définie par :

$$I_i = (\omega_i - W_i) (r_i - b_i) \quad (1.11)$$

Exercice 1.1 *A partir des poids et rentabilités définis sur 3 zones géographiques, déterminer les 3 générateurs de performance de Brinson au global et pour chaque classe d'actifs. Cet exemple est inspiré de [Bacon \(2004\)](#).*

	Poids portefeuille	Poids benchmark	Rentabilité portefeuille	Rentabilité benchmark
Actions France	40%	40%	20%	10%
Actions US	30%	20%	-5%	-4%
Actions Brésil	30%	40%	6%	8%

TABLE 1.1 – Exemple d'un portefeuille et de son benchmark sur une période

1.2 Le modèle de Brinson et Fachler

L'un des inconvénients du modèle de [Brinson, Hood et Beebower \(1986\)](#) est qu'il compare chaque pari d'allocation à la classe d'actifs du benchmark alors que le gérant peut parfois en réalité se comparer au benchmark dans son entier. Dans le modèle de [Brinson, Hood et Beebower \(1986\)](#), une sur-pondération de classes d'actifs sur une catégorie qui sur-performe générera une attribution positive et une sur-pondération sur une catégorie qui sous-performe générera une attribution négative alors que ce pari peut néanmoins fournir une rentabilité plus importante que celle du benchmark. Le modèle de [Brinson et Fachler \(1985\)](#) va remédier à cela : ainsi un pari sur une classe d'actifs négative mais qui sur-performe le benchmark aura un effet positif.

L'effet allocation global ne va pas changer ; seules les effets individuels d'allocation, c'est-à-dire sur chaque classe d'actifs, vont évoluer. En effet, nous pouvons réécrire l'excès de rendement entre le fonds allocation et le benchmark précédent de la manière suivante :

$$b_A - b = \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) b_i = \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) (b_i - b) \quad (1.12)$$

En effet, $\sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) b = b \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) = 0$ puisque les sommes des poids sont égaux à 1.

Et la contribution de l'allocation d'actifs sur la classe i devient :

$$A_i = (\omega_i - W_i) (b_i - b) \quad (1.13)$$

Exercice 1.2 Calculer les nouveaux effets individuels d'allocation à partir de l'exemple précédent.

1.3 Intégrer l'effet interaction dans la sélection

L'effet interaction est nécessaire dans les 2 modèles précédents mais n'a pas beaucoup de valeur en terme d'analyse, voire est complexe à analyser. Le gérant ne va pas chercher à créer de la valeur à l'aide de l'interaction entre l'allocation et la sélection. Dans une gestion active top-down, le gérant va d'abord allouer puis sélectionner. Et sa sélection est déterminée après l'allocation ; en d'autres termes, la sélection de titres réalisée par un stock-picker par exemple sera impactée par le poids des actifs choisi par l'allocataire si les 2 processus sont distingués.

La contribution de la sélection devient alors la différence entre le portefeuille et le fonds allocation :

$$r - b_A = \sum_{i=1}^n \omega_i (r_i - b_i) \quad (1.14)$$

On a remplacé dans la formule initiale de [Brinson, Hood et Beebower \(1986\)](#) W_i par ω_i .

Et la contribution de la sélection dans la classe i est alors décrite par :

$$S_i = \omega_i (r_i - b_i) \quad (1.15)$$

Exercice 1.3 Calculer les nouvelles contributions de la sélection en y intégrant l'interaction à partir de l'exemple précédent.

1.4 Attribution géométrique

L'excès de rendement arithmétique explique la valeur créée par le portefeuille par rapport au benchmark et relativement au montant initial investi qui est supposé similaire pour les 2 ; l'excès de rendement géométrique explique cette même valeur créée mais relativement au montant que l'investisseur aurait obtenu s'il avait investi dans le benchmark. L'arithmétique est toujours plus importante pour les marchés haussiers que la géométrique.

Au lieu d'étudier $r - b$, nous étudions pour l'attribution géométrique $\frac{1+r}{1+b} - 1$.

La contribution de l'allocation est alors déterminée par :

$$A^G = \frac{1+b_A}{1+b} - 1 = \sum_{i=1}^n (\omega_i - W_i) \left(\frac{1+b_i}{1+b} - 1 \right) \quad (1.16)$$

Et la contribution de l'allocation d'actifs sur la classe i est définie par :

$$A_i^G = (\omega_i - W_i) \left(\frac{1+b_i}{1+b} - 1 \right) \quad (1.17)$$

De la même manière, la contribution de la sélection est déterminée par :

$$S^G = \frac{1+r}{1+b_A} - 1 \quad (1.18)$$

Et la contribution de la sélection sur la classe i est définie par :

$$S_i^G = \omega_i \left(\frac{1+r_i}{1+b_i} - 1 \right) \frac{1+b_i}{1+b_A} = \omega_i \frac{r_i - b_i}{1+b_A} \quad (1.19)$$

Cette formulation est moins directe que pour l'allocation puisqu'il y a un terme supplémentaire $\frac{1+b_i}{1+b_A}$.

Nous pouvons composer les effets allocation et sélection de la manière suivante :

$$\frac{1+r}{1+b} - 1 = \frac{1+r}{1+b_A} \frac{1+b_A}{1+b} - 1 = (1+S^G)(1+A^G) - 1 \quad (1.20)$$

Exercice 1.4 Calculer les attributions géométriques à partir de l'exemple précédent.

CHAPITRE 2

LE MODÈLE DE BRINSON SUR PLUSIEURS PÉRIODES

2.1 Attribution arithmétique et algorithme de lissage

L'excès de rentabilité arithmétique pour une période totale ne peut pas être décomposé par les excès de rentabilité pour chaque sous-période. Les facteurs d'attribution étudiés précédemment ne peuvent donc pas s'additionner pour déterminer les attributs de la performance sur une période complète. Il va falloir alors utiliser ce que l'on va appeler des algorithmes de lissage.

Nous allons étudier la méthode de [Carino \(1999\)](#) et du [GRAP \(1997\)](#).

2.1.1 Méthode de Carino

[Carino \(1999\)](#) va développer une méthode simple pour décomposer les rentabilités des sous-périodes en utilisant les rentabilités logarithmiques qui permettent de se composer aisément dans le temps. En effet, entre les périodes 1 jusqu'à T , nous pouvons décomposer la rentabilité totale r de la manière suivante :

$$\ln(1 + r) = \ln(1 + r_1) + \ln(1 + r_2) + \dots + \ln(1 + r_T) \quad (2.1)$$

[Carino \(1999\)](#) introduit alors 2 facteurs k et k_t :

$$k = \frac{\ln(1 + r) - \ln(1 + b)}{r - b} \quad (2.2)$$

$$k_t = \frac{\ln(1 + r_t) - \ln(1 + b_t)}{r_t - b_t} \quad (2.3)$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\ln(1 + r) - \ln(1 + b) = \sum_{t=1}^T k_t (r_t - b_t) \quad (2.4)$$

Et l'excès de rendement arithmétique :

$$r - b = \sum_{t=1}^T \frac{k_t}{k} (r_t - b_t) \quad (2.5)$$

Et ainsi en intégrant l'interaction dans la sélection :

$$r - b = \sum_{t=1}^T \frac{k_t}{k} A_t + \sum_{t=1}^T \frac{k_t}{k} S_t \quad (2.6)$$

L'inconvénient de cette méthode est que si nous augmentons d'une sous-période, il nous faut recalculer le facteur k et cela fera évoluer les précédents attributs, ce qui peut sembler contre-intuitif.

Exercice 2.1 Déterminer les 3 effets pour chacun des 4 trimestres ci-dessous de manière indépendante puis à l'aide de l'algorithme de lissage de [Carino \(1999\)](#). Cet exemple est inspiré de [Bacon \(2004\)](#).

	Poids portefeuille	Poids benchmark	Rentabilité portefeuille	Rentabilité benchmark
<i>Premier trimestre</i>				
Actions France	40%	40%	20%	10%
Actions US	30%	20%	-5%	-4%
Actions Brésil	30%	40%	6%	8%
<i>Deuxième trimestre</i>				
Actions France	70%	40%	-5%	-7%
Actions US	20%	30%	3%	4%
Actions Brésil	10%	30%	-5%	10%
<i>Troisième trimestre</i>				
Actions France	30%	50%	-20%	-25%
Actions US	50%	40%	8%	5%
Actions Brésil	20%	10%	-15%	-20%
<i>Quatrième trimestre</i>				
Actions France	30%	40%	10%	5%
Actions US	50%	40%	-7%	-5%
Actions Brésil	20%	20%	25%	10%

TABLE 2.1 – Exemple d'un portefeuille et de son benchmark sur plusieurs périodes

2.1.2 Méthode du GRAP

Le [GRAP \(1997\)](#) propose une méthode alternative de lissage de l'excès de rendement arithmétique. Est défini tout d'abord l'excès $a_t = r_t - b_t$. Sur 2 sous-périodes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} 1 + r &= (1 + r_1)(1 + r_2) \\ &= (1 + b_1 + a_1)(1 + b_2 + a_2) \\ &= (1 + b_1 + a_1)(1 + b_2) + (1 + b_1 + a_1)a_2 \\ &= (1 + b_1)(1 + b_2) + a_1(1 + b_2) + (1 + r_1)a_2 \\ &= (1 + b) + a_1(1 + b_2) + (1 + r_1)a_2 \end{aligned}$$

Ainsi :

$$r - b = a = a_1(1 + b_2) + (1 + r_1)a_2 \quad (2.7)$$

On peut analyser cette formulation comme l'excès de rendement de la première période qui est investi dans la benchmark pour la seconde période et l'excès de rendement pour la seconde période qui est cumulé à partir du rendement du portefeuille sur la première période.

Cela peut être généralisé sur T périodes :

$$r - b = \sum_{i=1}^T a_i \prod_{t=1}^{i-1} (1 + r_t) \prod_{t=i+1}^T (1 + b_t) \quad (2.8)$$

L'excès de rendement se cumule à partir des rendements du portefeuille précédant puis se réinvestit sur le benchmark pour les périodes suivantes. Il s'ensuit, en intégrant l'interaction dans la sélection, que :

$$r - b = \sum_{i=1}^T (A_i + S_i) \prod_{t=1}^{i-1} (1 + r_t) \prod_{t=i+1}^T (1 + b_t) \quad (2.9)$$

Là encore, si l'on augmente la période, il faudra recalculer les effets de toutes les sous-périodes.

2.2 Attribution géométrique

Pour les excès géométriques, nous n'avons plus le même problème et nous pouvons composer les rendements dans le temps sans passer par un lissage :

$$\frac{1+r}{1+b} - 1 = \prod_{i=1}^T (1 + A_i^G) \prod_{i=1}^T (1 + S_i^G) - 1 \quad (2.10)$$

Les effets totaux de chaque sous-période se cumulent donc très bien.

CHAPITRE 3

ATTRIBUTION MULTI-DEVISES

3.1 Le modèle de Ankrim et Hensel

Ankrim et Hensel (1994) considèrent que la rentabilité d'une devise est composée de 2 éléments : le *currency surprise* inconnu à l'avance, et le *forward premium* qui lui est anticipé par le différentiel de taux d'intérêt entre les devises considérées.

Notons S_t^i le taux de change de la monnaie i à la date t et F_i^{t+1} le forward du taux de change sur la monnaie i à la date t pour une conversion via le contrat forward à la date $t + 1$.

La rentabilité de la devise s'écrit :

$$c_i = \frac{S_{t+1}^i}{S_t^i} - 1 = \frac{S_{t+1}^i - F_i^{t+1} + F_i^{t+1}}{S_t^i} - 1 \quad (3.1)$$

Nous pouvons alors décomposer la rentabilité de la devise avec les 2 éléments cités plus haut :

- le *currency surprise* sur la devise i : $e_i = \frac{S_{t+1}^i - F_i^{t+1}}{S_t^i}$
- le *forward premium* sur la devise i : $d_i = \frac{F_i^{t+1}}{S_t^i} - 1$

Nous avons bien $c_i = e_i + d_i$.

Nous pouvons écrire ainsi la rentabilité du portefeuille de la manière suivante :

$$r = \sum_{i=1}^n \omega_i (r_i - e_i - d_i) + \sum_{i=1}^n \omega_i e_i + \sum_{i=1}^n \omega_i d_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i f_i \quad (3.2)$$

avec $f_i = \frac{S_{t+1}^i}{F_i^{t+1}} - 1$ la rentabilité du contrat forward et $\tilde{\omega}_i$ le poids dans le contrat forward sur la devise i et dont la somme des poids sur les différentes devises est nulle.

Si nous supposons que les rentabilités sur les devises et forwards sont identiques entre le portefeuille et le benchmark, nous pouvons écrire :

$$b = \sum_{i=1}^n W_i (b_i - e_i - d_i) + \sum_{i=1}^n W_i e_i + \sum_{i=1}^n W_i d_i + \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i f_i \quad (3.3)$$

avec \tilde{W}_i le poids pour le benchmark dans le contrat forward sur la devise i .

Nous pouvons enfin définir la contribution individuelle pour l'effet allocation issue du modèle de [Brinson et Fachler \(1985\)](#) :

$$A_i = (\omega_i - W_i)(l_i - l) \quad (3.4)$$

avec $l_i = b_i - e_i - d_i = b_i - c_i$, c'est-à-dire la différence entre la rentabilité du benchmark dans la devise de référence et la rentabilité de la devise. C'est une approximation de la rentabilité en devise locale.

$l = \sum_{i=1}^n W_i l_i$ correspond à la rentabilité du benchmark ajustée de l'effet devise.

L'effet sélection intégrant l'interaction s'écrit :

$$S_i = \omega_i(k_i - l_i) \quad (3.5)$$

avec $k_i = r_i - e_i - d_i = r_i - c_i$ ce qui revient à l'effet sélection précédent à savoir : $S_i = \omega_i(r_i - b_i)$.

Enfin, la contribution issue de la devise i est déterminée avec la même logique que l'allocation :

$$C_i = (\omega_i - W_i)(e_i - e) + (\tilde{\omega}_i - \tilde{W}_i)(f_i - e) \quad (3.6)$$

avec $e = \sum_{i=1}^n W_i e_i$ qui correspond à la moyenne pondérée pour le benchmark du *currency surprise*.

Pour terminer, il reste à définir la contribution du *forward premium* similaire en construction également à l'effet allocation :

$$D_i = (\omega_i - W_i)(d_i - d) \quad (3.7)$$

avec $d = \sum_{i=1}^n W_i d_i$ qui correspond à la moyenne pondérée pour le benchmark du *forward premium*.

3.2 Le modèle de Karnosky et Singer

[Karnosky et Singer \(1994\)](#) vont définir la rentabilité du portefeuille de la manière suivante à l'aide de rentabilités logarithmiques :

$$r = \sum_{i=1}^n \omega_i r_{Li} + \sum_{i=1}^n \omega_i c_i \quad (3.8)$$

avec r_{Li} la rentabilité dans la devise locale i . Ceci peut à nouveau s'écrire :

$$r = \sum_{i=1}^n \omega_i (r_{Li} - x_i) + \sum_{i=1}^n \omega_i (c_i + x_i) + \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i f_i \quad (3.9)$$

avec x_i le taux d'intérêt dans la devise i . Nous avons avec les rentabilités logarithmiques la relation suivante $f_i = c_i + x_i - x_R$ avec x_R le taux d'intérêt dans la devise de référence.

Enfin nous réécrivons :

$$r = \sum_{i=1}^n \omega_i (r_{Li} - x_i) + \sum_{i=1}^n (\omega_i + \tilde{\omega}_i)(c_i + x_i) \quad (3.10)$$

$$\text{puisque } \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i f_i = \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i (c_i + x_i - x_R) = \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i (c_i + x_i) - x_R \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i \text{ et } \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i = 0.$$

De la même manière :

$$b = \sum_{i=1}^n W_i (b_{Li} - x_i) + \sum_{i=1}^n (W_i + \tilde{W}_i) (c_i + x_i) \quad (3.11)$$

avec b_{Li} la rentabilité du benchmark dans la devise locale i .

Nous pouvons enfin définir la contribution individuelle pour l'effet allocation issue du modèle de [Brinson et Fachler \(1985\)](#) :

$$A_i = (\omega_i - W_i)(l'_i - l') \quad (3.12)$$

avec $l'_i = b_{Li} - x_i$ c'est-à-dire l'excès de rendement du benchmark au-delà du taux sans risque et $l' = \sum_{i=1}^n W_i l'_i$. La prime forward est incluse dans la prime de risque du benchmark.

L'effet sélection incluant l'interaction s'écrit :

$$S_i = \omega_i (k'_i - l'_i) \quad (3.13)$$

avec $k'_i = r_{Li} - x_i$ la prime de risque du portefeuille, ce qui revient à l'effet sélection précédent, apprécié néanmoins en devise locale, à savoir : $S_i = \omega_i (r_{Li} - b_{Li})$.

Enfin, la contribution issue de la devise i est déterminée avec la même logique que l'allocation :

$$C_i = (\omega_i - W_i)(c_i + x_i - c') + (\tilde{\omega}_i - \tilde{W}_i)(c_i + x_i - c') \quad (3.14)$$

avec $c' = \sum_{i=1}^n (W_i + \tilde{W}_i)(c_i + x_i)$ qui correspond à la moyenne pondérée pour le benchmark du *currency surprise*.

Exercice 3.1 Déterminer les 3 attributs de performance pour le portefeuille suivant selon la méthode de [Karnosky et Singer \(1994\)](#). Cet exemple est inspiré de [Bacon \(2004\)](#). On suppose que les rentabilités sont logarithmiques.

	Poids portefeuille	Poids benchmark	Rentabilité locale portf	Rentabilité locale bench	Taux intérêt local	Rentabilité devise
Actions France	40%	40%	20%	10%	4%	0
Actions US	30%	20%	-5%	-4%	3%	10%
Actions Brésil	30%	40%	6%	8%	2%	20%
	Poids portefeuille	Poids benchmark				
Forward Euro	20%	30%				
Forward Dollar	-15%	-10%				
Forward Real	-5%	-20%				

TABLE 3.1 – Exemple d'un portefeuille, de son benchmark et des effets devises

BIBLIOGRAPHIE

- Ankrim, E., Hensel, C., 1994, Multicurrency performance attribution, *Financial Analysts Journal*, 50, 29-35.
- Bacon, C., 2004, *Practical portfolio performance measurement and attribution*, John Wiley & Sons.
- Brinson, G., Fachler, N., 1985, Measuring non-US equity portfolio performance, *Journal of Portfolio Management*, 11, 73-76.
- Brinson, G., Hood, R., Beebower, G., 1986, Determinants of portfolio performance, *Financial Analysts Journal*, 51, 39-44.
- Carino, D., 1999, Combining attribution effects over time, *Journal of Performance Measurement*, 3, 5-14.
- Fama, E., 1972, Components of investment performance, *Journal of Finance*, 17, 551-567.
- GRAP, 1997, Synthèse des modèles d'attribution de performance, Groupe de Recherche en Attribution de Performance, Paris.
- Karnosky, D., Singer, B., 1994, Global asset management and performance attribution, *Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts*, 73-76.
- Markowitz, H.M., 1952, Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7, 77-91.