

MM031 - TP8

Méthodes indirectes pour la résolution de systèmes linéaires

Maxime Chupin : chupin@ann.jussieu.fr

17 Février 2016

Le but de ce TP est d'implémenter quelques méthodes indirectes de résolution de systèmes linéaires et de les comparer avec les méthodes directes que nous avons déjà mise en place.

Exercice 1 : méthode de gradient

1. En reprenant la classe matrice du TP 4, écrire une fonction qui prend en entrée une matrice A et un vecteur b et qui renvoie le vecteur x solution du système $Ax = b$ avec la méthode du *gradient à pas optimal*.
2. Vérifier cette fonction sur l'équation de Poisson du TP 5 :

$$-\Delta u = f, \text{ sur } \Omega = [0, 1], \quad (1)$$

en prenant

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{ pour } \mu = 0.7 \text{ et } \sigma = 0.01.$$

Exercice 2 : méthode du gradient conjugué

1. De manière similaire écrire une fonction qui prend en entrée une matrice A et un vecteur b et qui renvoie le vecteur x solution du système $Ax = b$ avec la méthode du gradient conjugué.
2. Vérifier cette fonction sur l'exemple 1.
3. Comparer le nombre d'itérations obtenu pour ces deux méthodes.

Exercice 3 : Comparaison des méthodes

On souhaite comparer les méthodes de résolution d'un système linéaire de décomposition LU et de gradient conjugué. Pour cela, on considère le problème :

$$-\Delta u - \omega^2 u = f, \text{ sur } \Omega = [0, 1], \quad (2)$$

en prenant

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{ pour } \mu = 0.7, \sigma = 0.01 \text{ et } \omega^2 = 50.$$

1. Résolvez ce problème avec chacune de ces deux méthodes en faisant varier le nombre de points n de la discrétisation de $\Omega = [0, 1]$ de 0 à 1000 avec un pas de 100.
2. Sauvegardez dans un fichier, pour chaque méthode, le temps d'exécution en fonction du nombre de points n de la discrétisation et l'afficher avec gnuplot. Que remarquez vous ? Pourquoi ?

En supplément pour ceux qui auront fini

1. Ajouter les méthodes de Jacobi et de Gauss-Seidel et les comparer sur l'exemple 1. Regarder notamment le nombre d'itérations.
2. Que se passe-t-il si vous testez ces deux méthodes sur l'exemple 2 ? Pourquoi ?