Chapitre 5

Filtres numériques

Sommaire du chapitre

Remarque 5.1 :

Attention, ce chapitre est encore à l'état de brouillon. Il ne correspond pas à ce qui a été fait en cours, et est largement plus incomplet et imprécis que les autres chapitres de ce polycopié. Il est en cours de rédaction.

On aborde dans ce chapitre le dernier grand volet de ce cours, le filtrage des signaux numériques. Une fois le signal échantillonné et quantifié, il est utile pour de nombreuses applications d'en définir et calculer le contenu fréquentiel, c'est-à-dire son spectre. L'algorithme de la FFT nous permet de réaliser efficacement cet objectif.

L'étape suivante, à laquelle on s'attaque maintenant, est d'agir sur ce spectre de manière à en atténuer, amplifier, sélectionner ou occulter certaines fréquences, ou certaines plages de fréquences. Cette démarche s'appelle le *filtrage* et peut être réalisée, pour ce qui concerne les signaux discrets, par des *filtres numériques* [1]. Dans ce chapitre, on donne les bases permettant de définir un filtre et ses propriétés.

5.1 Filtres linéaires

Un filtre numérique peut-être vu de plusieurs manières, selon le domaine dans lequel on travaille. Certains le définiront par un circuit électronique, d'autres par un assemblage de portes logiques...Notre penchant pour les mathématiques nous conduit plutôt à les assimiler à des algorithmes de calculs. Mais on parle en tout cas de la même chose.

5.1.1 Définitions

On donne donc une définition mathématique d'un filtre numérique.

Définition 5.1

Un filtre numérique est une application de $\ell^2(\mathbf{Z}) \longrightarrow \ell^2(\mathbf{Z})$.

Dans la pratique, les signaux rencontrés sont finis, si bien que le fait de travailler dans $\ell^2(\mathbf{Z})$ plutôt que dans un autre $\ell^p(\mathbf{Z})$ n'a pas beaucoup d'importance.

1. Il existe aussi des filtres analogiques, qui agissent sur des signaux continus en temps, donc des fonctions L^1 par exemple d'un point de vue mathématique. On en trouve dans la nature, par exemple l'oreille humaine, ou plus généralement tout système physique répondant à une excitation. Du point de vue de l'activité humaine, l'essor massif des technologies numériques les place plutôt sur la liste des espèces en voie de disparition.

Le fait de choisir cet espace plutôt qu'un autre vient du fait que la norme 2 d'un signal (discret ou pas) est souvent égale à son énergie et que d'un point de vue physique, il est raisonnable de ne considérer que des signaux d'énergie finie.

Un filtre numérique est donc un système qui produit un signal discret [2], que l'on notera dans la suite $y = (y_n)_{n\in\mathbf{Z}}$ à partir d'un signal reçu en entrée $x = (x_n)_{n\in\mathbf{Z}}$. On appelle parfois *excitation* ou *entrée* du filtre la suite x et *réponse* ou *sortie* du filtre la suite y.

Remarque 5.2 :

Dans toute la suite, on ne considère – sauf mention contraire – que des filtres qui élaborent la réponse en un temps fixé n en fonction d'un nombre *fini* de termes de x ou de y.

Dans la réalité, les dispositifs dont on dispose ne permettent de toute façon que de travailler dans le cadre fixé par cette remarque. Donnons un exemple de filtre. La formule :

$$y_n = x_{n-1} \tag{5.1}$$

définit un filtre qui effectue un décalage unitaire. On fera souvent appel dans la suite à ce filtre élémentaire, si bien qu'on fixe d'ores-et-déjà sa notation.

Définition 5.2 — Décalage unitaire

On appelle décalage unitaire et on note τ le filtre défini par la relation (5.1).

Filtres récursifs

Mais la suite y peut être définie de manière plus compliquée, par exemple de manière récursive, comme c'est le cas pour :

$$y_n = \frac{1}{4}y_{n-1} + \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}x_{n-1}. \tag{5.2}$$

On parle alors de *filtre récursif*. Attention, un même filtre peut avoir une définition récursive et une définition non récursive. Par exemple :

$$y_n = \frac{1}{2}y_{n-1} + x_n$$

produit le même filtre que :

$$y_n = \sum_{k\in\mathbf{N}} \left(\frac{1}{2}\right)^k x_{n-k}.$$

2. une suite donc.

Par contre, cette dernière formule n'entre pas dans le cadre des filtres non-récursifs que l'on considère dans la suite de ce cours, puisqu'on s'est placé dans le champs de la remarque 5.2.

Réponse impulsionelle

Dans la suite, on considérera souvent l'image par les filtres de l'entrée *impulsion*, c'est-à-dire le signal spécifique :

$$\delta_n^0 = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad n = 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Définition 5.3 — Réponse impulsionelle

On appelle réponse impulsionnelle d'un filtre numérique l'image par ce filtre du signal d'entrée $\delta^0 = (\delta_n^0)_{n\in\mathbf{Z}}$.

Dans la suite, la réponse impulsionelle sera notée $h = (h_n)_{n\in\mathbf{Z}}$.

5.1.2 Propriétés des filtres

On passe maintenant en revue les premières propriétés des filtres numériques. Pour simplifier les définitions, on note $\mathbb{F}$ le filtre, considéré comme une fonction.

Définition 5.4 — Invariance temporelle

Un filtre est dit invariant en temps, si l'image par $\mathbb{F}$ de la suite décalée $(x_{n-n_0})_{n\in\mathbf{Z}}$, où n_0 est un entier relatif fixé, est la suite décalée de $y = (y_n)_{n\in\mathbf{Z}}$, c'est-à-dire $(y_{n-n_0})_{n\in\mathbf{Z}}$.

De manière équivalente, un filtre est invariant en temps si sa fonction $\mathbb{F}$ commute avec la fonction décalage τ. Par exemple la relation :

$$y_n = nx_n,$$

ne définit pas un filtre invariant en temps. Tous les filtres que nous considérerons à partir de maintenant seront invariants en temps.

Définition 5.5 — Linéarité

Un filtre est dit *linéaire* si la relation de dépendance de y à x est linéaire.

Autrement dit, un filtre est dit linéaire si la fonction $\mathbb{F}$ est une application linéaire.

Un premier théorème permet de caractériser simplement les filtres linéaires invariants en temps.

Théorème 5.1 Un filtre linéaire invariant ou *système linéaire invariant* (SLI) en temps est entièrement déterminé par la donnée de sa réponse impulsionnelle, c'est-à-dire, en notant $(h_n)_{n\in\mathbf{Z}}$ la réponse impulsionnelle, on a pour une entrée $(x_n)_{n\in\mathbf{Z}}$, une sortie

$$\forall n \in \mathbf{Z},\ y_n = \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k h_{n-k}. \tag{5.3}$$

Remarque 5.3 :

Nous ne considérerons à partir de maintenant que les systèmes linéaires invariants.

Preuve : Notons $h = (h_n)_{n\in\mathbf{Z}}$ la réponse impulsionnelle d'un filtre défini par une fonction $\mathbb{F}$.

On a :

$$\begin{aligned}
(y_n)_{n\in\mathbf{Z}} &= \mathbb{F}\left((x_n)_{n\in\mathbf{Z}}\right) \\
&= \mathbb{F}\left(\left(\sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k \delta^0_{n-k}\right)_{n\in\mathbf{Z}}\right) \\
&= \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k \mathbb{F}\left((\delta^0_{n-k})_{n\in\mathbf{Z}}\right) \qquad (\mathbb{F} \text{ linéaire}) \\
&= \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k \mathbb{F}\left(\tau^{-k}(\delta^0_n)_{n\in\mathbf{Z}}\right) \qquad (\text{Déf. de } \tau) \\
&= \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k \tau^{-k} \mathbb{F}\left((\delta^0_n)_{n\in\mathbf{Z}}\right) \qquad (\mathbb{F} \text{ invariante en temps}) \\
&= \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k \tau^{-k} (h_n)_{n\in\mathbf{Z}} \qquad (\text{Déf. de } (h_n)_{n\in\mathbf{Z}}) \\
&= \sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k (h_{n-k})_{n\in\mathbf{Z}} \qquad (\text{Déf. de } \tau) \\
&= \left(\sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k h_{n-k}\right)_{n\in\mathbf{Z}}
\end{aligned}$$

On voit donc que le calcul de y nécessite seulement la connaissance de la suite $h = (h_n)_{n\in\mathbf{Z}}$.

La formule (5.3) est une formule de convolution. On voit ainsi une relation algébrique très simple entre l'entrée et la sortie d'un filtre linéaire, invariant en temps :

$$y = h \star x,$$

qui montre que de tels filtres ne font, *in fine*, que réaliser des produits de convolution.

Causalité

Dans les exemples que nous avons traités jusqu'à présent, l'indice n des signaux numériques représente le temps. Dans ce cadre, il est impossible qu'un filtre élabore une réponse en fonction de données du futur. C'est ce qui motive l'introduction de la définition suivante.

Définition 5.6 — Causalité

Un filtre est dit causal si, à n fixé, y_n ne dépend que des valeurs x_k, pour $k \leq n$ et y_k, pour $k \leq n-1$.

La réponse impulsionnelle h d'un tel filtre est donc nécessairement à support dans $\mathbf{N}$. On a alors un équivalent du théorème 5.1.

Théorème 5.2 Un filtre linéaire, invariant en temps et causal vérifie :

$$y_n = \sum_{k \leq n} h_{n-k} x_k = \sum_{k \in \mathbf{N}} h_k x_{n-k},$$

où l'on a noté $h = (h_n)_{n \in \mathbf{N}}$ la réponse impulsionelle du filtre.

Il existe cependant des cas où il est nécessaire de considérer des filtres non causaux. En traitement d'image par exemple, où les signaux – les images donc – sont de dimension 2, les filtres appliquent à chaque pixel de l'image une fonction de l'ensemble des pixels de l'image considérée. La notion de causalité dans ce cas n'a pas vraiment de sens [3].

5.2 Stabilité

On introduit maintenant une notion importante pour la conception des filtres.

5.2.1 Filtres stables

De manière imagée, on parle de *filtre stable* si le filtre n'explose pas pour certaines entrées. La plupart des filtres que l'on considère sont évidemment

3. C'est le cas de le dire.

stables. Les filtres instables donnent cependant parfois lieu à des phénomènes de saturation, qui peuvent être mis à profit dans certaines applications [4].

Définition 5.7

Un filtre est dit stable si il laisse stable le sous-espace $\ell^\infty(\mathbf{Z})$.

Autrement dit, pour toute entrée bornée, la sortie est bornée.

Remarque 5.4 :

Cette définition est valable pour tout filtre, même non-linéaire.

5.2.2 Caractérisation

Dans le cas des filtres linéaires, invariants en temps, on a une caractérisation simple de la stabilité.

Lemme 5.1 Un filtre linéaire, invariant en temps est stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle est une suite de $\ell^1(\mathbf{Z})$.

Preuve : Condition suffisante : supposons $h = (h_n)_{n\in\mathbf{Z}} \in \ell^1(\mathbf{Z})$ et $x = (x_n)_{n\in\mathbf{Z}} \in \ell^\infty(\mathbf{Z})$. Alors :

$$y_n = (h \star x)_n \leq \sum_{k\in\mathbf{Z}} |h_k| \cdot |x_{n-k}| \leq \|x\|_\infty \cdot \sum_{k\in\mathbf{Z}} |h_k| = \|x\|_\infty \|h\|_1,$$

ce qui montre que y est bornée, donc dans $\ell^\infty(\mathbf{Z})$.

Condition nécessaire : supposons, pour simplifier, que h soit à valeurs réelles. Posons $x = \left(\mathrm{signe}(h_{-n})\right)_{n\in\mathbf{Z}}$. Puisque le système est stable, $h \star x \in \ell^\infty(\mathbf{Z})$, or :

$$(h \star x)_0 = \sum_{k\in\mathbf{Z}} h_k x_{-k} = \sum_{k\in\mathbf{Z}} |h_k|.$$

On en déduit le résultat.

Ce lemme n'est qu'une reformulation du fait que le dual de $\ell^1(\mathbf{Z})$ est $\ell^\infty(\mathbf{Z})$.

---

4. Par exemple en électronique, où l'utilisation des Amplificateurs Opérationnels en régime saturé permet de concevoir des oscillateurs et donc des horloges.

5.3 Filtres linéaires récursifs causaux

On considère maintenant des filtres linéaires récursifs causaux qui, dans le cadre fixé par la remarque 5.2, élaborent leur réponse au temps n par une formule du type :

$$y_n = \sum_{k=1}^{N} a_k y_{n-k} + \sum_{k=0}^{M} b_k x_{n-k}. \tag{5.4}$$

L'intérêt de tels filtres est qu'ils sont très faciles à implémenter en pratique.

On dit que ces systèmes sont définis par *une équation aux différences.*

5.3.1 Réponse impulsionnelle finie (RIF) et infinie (RII)

Les filtres linéaires invariants en temps et causaux peuvent maintenant être divisés en deux catégories.

Définition 5.8 — RIF et RII

- Un filtre linéaire, invariant en temps et causal est dit à réponse impulsionnelle finie (en abrégé *RIF* ou *FIR*) si $h = (h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est à support fini. Ces filtres sont un cas particulier des filtres récursifs causaux, où les a_k sont nuls, c'est-à-dire :

$$y_n = \sum_{k=0}^{M} b_k x_{n-k}.$$

- Il est dit à réponse impulsionnelle infinie (en abrégé RII ou IIR) dans le cas où il existe un ou des a_k non nuls.

5.3.2 Transformée en z

La réponse impulsionnelle d'un filtre n'est pas forcément très parlante. Nous avons donc besoin d'outils pour caractériser les filtres et savoir construire la réponse impulsionnelle d'un filtre en fonction des caractéristiques que l'on désire pour lui.

Un de ces outil est ce qu'on appelle la transformée en z.

Définition 5.9 — Transformée en z

Étant donné un signal $x = (x_n)_{n\in\mathbf{Z}}$, on appelle transformée en z de x, la fonction :

$$X(z) = \sum_{n\in\mathbf{Z}} x_n z^{-n},$$

pour tout $z \in \mathbf{C}$ dans le domaine de convergence $D_x = \{z \in \mathbf{C};\ R_1 < |z| < R_2\}$, R_2 pouvant valoir l'infini.

Traditionnellement, on utilise des lettres majuscules pour noter la transformée en z.

Remarque 5.5 :

1. La transformée en z est une série entière dite série de Laurent.
2. Le domaine de convergence de ces séries est un sujet en soit faisant appel à l'analyse complexe. Nous ne l'aborderons pas ici.
3. Il y a un lien entre la transformée en z et la transformée de Fourier discrète : la TFD est la transformée en z restreinte au cercle unité ($z = \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi f}$) à condition qu'il appartienne à la couronne de convergence.
4. La transformée en Z est à la TFD ce que la transformée de Laplace est à la transformée de Fourier.

Comme souvent, il est intéressant d'avoir la transformée en z *inverse*. Pour la calculer, il faut encore faire appel à l'analyse complexe est intégrer sur un contour de Cauchy. En pratique, les transformés en z qui nous intéresserons seront des fractions rationnelles que l'on décomposera en éléments simples.

On peut montrer les quelques propriétés suivantes sur le domaine de convergence.

Proposition 9 :
- *Si (x_n) est de durée finie, D_x est le plan complexe tout entier, sauf peut-être en $z = 0$.*
- *Si (x_n) est causal, $X(z)$ est finie à l'infini et $x(0) = \lim_{z\longrightarrow+\infty} X(z)$.*
- *Si (x_n) est nulle à gauche ($x_n = 0$ pour tout $n < N$), D_x s'étend à l'infini.*
- *Si (x_n) est nulle à droite ($x_n = 0$ pour tout $n > N$), D_x contient l'origine.*
- *Si (x_n) s'étend à droite et à gauche, alors D_x est une couronne.*

Exercice 5.1 :

Calculer la transformée en z de (x_n) définie par

$$\forall n \in \mathbf{N}, \quad x_n = a^n$$

où $a \in \mathbf{R}$, $x_n = 0$ pour $n < 0$.

La transformée en z possède aussi d'autre propriétés qui nous seront utiles.

Proposition 10 : *La transformée en z satisfait les propriétés suivantes :*

Propriété	*suite*	*Trans. en z*	*Domaine*
Linéarité	$(x_n) + \lambda(y_n)$	$X(z) + \lambda Y(z)$	$D_x \cap D_y$
Retournement temporel	(x_{-n})	$X(1/z)$	$1/D_x$
Retard	(x_{n-n_0})	$X(z)z^{-n_0}$	D_x
Convolution	$((x \star y)_n)$	$X(z)Y(Z)$	$D_x \cap D_y$
Produit	$(x_n y_n)$	$X \star Y(z)$	$D_x \times D_y$

5.3.3 Fonction de transfert

Puisque cette nouvelle transformée s'applique à tout signal numérique, on peut en particulier l'appliquer à la réponse impulsionnelle. On peut alors établir un lien entre les transformées en z de cette dernière, de l'entrée et de la sortie.

Lemme 5.2 Soit x et y l'entrée et la sortie du système défini par (5.4) et de réponse impulsionnelle h. On a :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}.$$

Preuve : Commençons par établir la deuxième égalité. On a :

$$\begin{aligned}
Y(z) &= \sum_{n\in\mathbf{Z}} y_n z^{-n} \\
&= \sum_{n\in\mathbf{Z}} \left(\sum_{k=1}^{N} a_k y_{n-k} \right) z^{-n} + \sum_{n\in\mathbf{Z}} \left(\sum_{k=0}^{M} b_k x_{n-k} \right) z^{-n} \\
&= \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k} \left(\sum_{n\in\mathbf{Z}} y_{n-k} z^{-(n-k)} \right) + \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} \left(\sum_{n\in\mathbf{Z}} x_{n-k} z^{-(n-k)} \right) \\
&= \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k} Y(z) + \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} X(z),
\end{aligned}$$

d'où le résultat.

La première égalité provient quant à elle du fait que la transformée en z, comme le font les différentes transformées de Fourier, transforme le produit de convolution en produit.

On voit facilement que la fonction de transfert d'un filtre récursif causal est une fraction rationnelle. La réciproque n'est pas vraie. On peut par exemple voir que le filtre défini par la formule :

$$y_n = x_{n+1}$$

à pour fonction de transfert $H(z) = z$.

Définition 5.10 — Forme normalisée

On appelle *forme normalisée* de la fonction de transfert d'un filtre linéaire récursif causal est une fraction rationnelle

$$H(z) = \frac{\prod_{k=1}^{M}(1 - z_k z^{-1})}{\prod_{k=0}^{N}(1 - p_k z^{-1})},$$

où les coefficients $z_k,\ k \in \{1, \dots, M\}$ et $p_k,\ k \in \{0, \dots, M\}$ sont appelés respectivement zéros et pôles de la fonction transfert.

Dans la définition précédente, on suppose bien entendu que la fraction rationnelle est irréductible, c'est-à-dire qu'aucun facteur n'apparaît à la fois au numérateur et au dénominateur.

5.3.4 Stabilité

La fonction de transfert introduite à la section précédente permet de formuler un nouveau critère de stabilité des filtres linéaires récursifs, causaux.

Définition 5.11

Un filtre linéaire, récursif, causal est stable si et seulement si les pôles de sa fonction de transfert (mise sous forme irréductible) sont situés à l'intérieur du disque unité.

Preuve : Puisque l'on considère un filtre causal, on sait que le domaine de convergence de sa fonction de transfert est l'extérieur d'un cercle, Par hypothèse de rationalité de la fonction de transfert, on peut la réduire en éléments simples, c'est-à-dire la mettre sous la forme, où on a supposé pour simplifier que les pôle étaient simples

$$H(z) = \sum_{i\in\{1,\dots,N\}} \frac{\alpha_i}{1 - p_i z^{-1}} =: \sum_i H_i(z).$$

Le développement en série entière par rapport au paramètre z^{-1} de chacun des éléments de cette somme vaut :

$$H_i(z) = \sum_{k\in\mathbf{N}} p_i^k z^{-k}.$$

Par identification, on voit que $H_i(z)$ est la transformée en z de la réponse impulsionnelle h^i définie par $h_n^i = p_i^n$, qui appartient à $\ell^1(\mathbf{Z})$ si et seulement si $|p_i| < 1$.

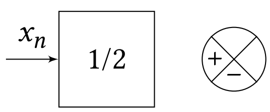
Il existe de nombreux critères permettant de déterminer rapidement par calcul si les racines d'un polynôme donné sont situées à l'intérieur ou à l'extérieur du disque unité. On peut citer par exemple :

- le critère de Schur,
- le critère de Routh,
- le critère de Jary,
- le critère de Nyquist,
- le critère d'Evans,
- le critère du revers,
- le critère du contour de Hall.

On n'aborde ici ni les énoncés ni les démonstrations de la validité de ces critères. Une fois un critère choisi, il est facile de décider si un filtre est stable ou non.

5.3.5 Représentation en schéma-bloc

Il est très pratique de représenter les filtres sous forme de schéma-bloc. C'est à la fois très intuitif, facile à former à partir de l'équation de définition du filtre et proche de ce qui serait un circuit électronique réalisant effectivement le filtre. Les figures **??** et **??** sont des représentations sous forme de schéma-bloc du filtre décrit par l'équation (5.2). La notation z^{-1} sera définie dans la suite.



5.4 Réponse fréquentielle

On va maintenant présenter un lien entre transformée en z et série de Fourier. Ce lien avait déjà été entrevu lorsque l'on avait utiliser un argument de convolution dans la preuve du lemme 5.2

5.4.1 Définition

La *réponse fréquentielle* d'un filtre (linéaire, récursif ou non, causal ou non) donne des informations sur la manière dont le filtre réagit aux excitations périodiques.

Définition 5.12

On appelle réponse fréquentielle d'un filtre la fonction :

$$\begin{array}{ccc} [0, 2\pi] & \longrightarrow & \mathbf{C} \\ \omega & \longmapsto & H(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}). \end{array}$$

Cette fonction est parfois, par abus de notations, simplement notée $H(\omega)$.

On remarque que $H(\mathrm{e}^{i\omega})$ est la série de Fourier dont les coefficients sont ceux de la réponse impulsionnelle. La réponse en fréquence est donc la transformée de Fourier de la série $(h_n)_{n\in\mathbf{Z}}$.

5.4.2 Réponse à phase linéaire

Dans les applications, il est utile que la *phase* du filtre, c'est-à-dire l'argument de la fonction de transfert, soit une fonction affine de ω. Le filtre est alors appelé abusivement *filtre à phase linéaire*. Expliquons rapidement pourquoi.
Notons $\phi(\omega) = \arg\Big(H(\mathrm{e}^{i\omega})\Big)$ la phase d'un filtre donné (de fonction de transfert H) et considérons deux signaux $t \longmapsto \mathrm{e}^{i\omega_1 t}$ et $t \longmapsto \mathrm{e}^{i\omega_2 t}$. L'effet du temps sur le déphasage entre les deux signaux est d'introduire un déphasage proportionnel à $\omega_2 - \omega_1$. Dans de nombreuses situations, on souhaite qu'un filtre n'affecte pas plus la phase que ne le ferait le temps, c'est-à-dire que le déphasage entre deux signaux qu'il reçoit soit proportionnel à la différence de leurs phases, ce qui conduit à l'équation :

$$\phi(\omega_2) - \phi(\omega_1) = \alpha(\omega_2 - \omega_1),$$

autrement dit, la fonction de transfert du filtre doit être de la forme :

$$H(\mathrm{e}^{i\omega}) = |H(\mathrm{e}^{i\omega})|\mathrm{e}^{i(\alpha\omega+\beta)}.$$

Dans le chapitre suivant, nous verrons comment obtenir en pratique de tels filtres. Dans le cas où le filtre n'est pas à phase linéaire, la déformation qu'il engendre sur le signal d'entrée est appelée *distorsion de phase*. Ce défaut ne doit pas être confondu avec la *distorsion harmonique* qui intervient lorsque le filtre n'est pas linéaire.

5.4.3 Diagramme de Block

5.5 Notes bibliographiques

Pour une introduction plus complète des filtres numériques, on pourra consulter les chapitres 2, 3, 4, 5 et 9 de la référence [6]. Pour un exposé plus court et en français, on pourra se référer à [**tisserand**].