
Introduction

SOMMAIRE DU CHAPITRE

0.1	Objectifs du cours	6
0.2	Chaîne de transmission numérique	6
0.3	Plan du cours	8

Ce cours concerne le traitement du signal. C'est un vaste sujet tant les signaux sont présents tout autour de nous, proviennent de sources très diverses. Le signal est le support de l'information. Le traitement du signal traite des opérations possibles sur ces signaux, et elles sont nombreuses : la transmission, le filtrage, avec notamment la réduction du *bruit* qui vient perturber le signal, la compression, le contrôle, etc. Si cette discipline trouve son origine dans les sciences de l'ingénieur avec l'électronique et l'automatique, elle fait aujourd'hui largement appel à un large spectre de domaines mathématiques. C'est sur cet aspect là de cette discipline que ce cours se focalise.

On distingue deux grands types de signaux :

- les signaux analogiques qui sont des signaux physiques devenus la plupart du temps électriques à l'aide de capteurs. On peut penser au signal à la sortie d'un microphone, aux senseurs thermiques, optique, etc.
- Les signaux numériques eux sont issus d'ordinateurs et de terminaux.

Les signaux à traiter proviennent de sources très diverses : le son, les images, la vidéos, les échanges sur internet, le Wi-Fi, etc. La plupart d'entre eux, pour être modifier ou transporter, sont soit des signaux numériques, soit transformé en signaux numérique (par numérisation).

Le traitement du signal peut avoir de multiples finalités comme la détection d'un signal, l'estimation de grandeurs à mesurer, le codage, et la compressions des signaux en vue du stockage et de la transmission, l'amélioration de sa qualité, la modification du signal (effets sonore par exemple).

0.1 OBJECTIFS DU COURS

Le but principal de ce cours est de mieux comprendre les techniques, méthodes et outils *mathématiques* utilisés dans ce qu'on appelle habituellement le traitement numérique du signal.

Ce faisant, il doit permettre de mieux comprendre les différents problèmes scientifiques rencontrés et plus généralement de familiariser le lecteur à un domaine qui occupe de nos jours une place importante dans la plupart des objets techniques de la vie courante.

Parmi les multiples finalité du traitement du signal, nous nous intéresseront principalement à son échantillonnage (transformation d'un signal analogique en signal numérique) et à son codage et sa compressions.

Mise à part le cours d'intégration de L_1 et l'analyse de FOURIER, peu de pré-requis sont nécessaires pour l'aborder. Dans chaque chapitre, sauf quelques rares exceptions, on reste centré autour d'une étape de la transmission d'un signal numérique. Pour autant, les outils qui y sont présentés ont souvent une portée qui dépasse le simple cadre du traitement numérique du signal, si bien que le cours a aussi vocation à ouverture scientifique et culturelle.

0.2 CHAÎNE DE TRANSMISSION NUMÉRIQUE

Prenons l'exemple de la transmission d'une conversation téléphonique, et voyons quelles sont les différentes procédures que subit le signal entre son émission et sa réception.

Conversion analogique-numérique

Lorsque l'on parle dans le microphone d'un téléphone, les vibrations acoustiques sont transformées en une tension oscillante par l'intermédiaire d'une membrane et d'un électro-aimant qui convertit ainsi le signal mécanique en signal électrique. C'est à ce moment qu'intervient la conversion analogique-numérique, c'est-à-dire le passage du continu au discret, de l'analogique au numérique, de $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ à $\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ en quelque sorte. Le continu — \mathbf{R} — se trouve dans deux caractéristiques du signal électrique : le temps et les valeurs prises par la tension. Pour obtenir un signal complètement numérique, la tension est donc discrétisée en temps et en valeur. Concrètement, cela revient à prendre une série de photos instantanées des valeurs de la tension, puis de projeter les valeurs obtenus sur une grille fixe. Dans le vocabulaire du traitement numérique du signal, ces deux étapes sont respectivement appelées *échantillonnage* et *quantification*. L'ensemble

de ces deux étapes constitue la conversion analogique-numérique, souvent notée C.A.N.

Codage et compression

Revenons à notre exemple de conversation téléphonique. Les normes suivies dans les télécommunications sont fixées au niveau international par l'I.U.T, l'union internationale de télécommunications, c'est-à-dire un important (en taille et en influence) groupement d'ingénieurs et d'experts des télécommunication. Dans notre exemple, le signal analogique (la tension issue de la conversion signal mécanique/signal électrique) est échantillonné à 8 kHz et quantifié sur 8 bits. Cela signifie que l'on relève la valeur de la tension 8000 fois par seconde, et que la valeur obtenue est remplacée par une valeur choisie sur une grille en comportant $256 = 2^8$. Si l'on voulait transmettre telle quelle la liste de 0 et de 1 obtenue après ces deux étapes, il faudrait donc disposer d'un canal de transmission de débit 64 kBits par seconde.

Au début des années 50, on pensait que ce débit était très peu compressible et qu'il fallait concevoir des dispositifs de transmission supportant de tels débits. À l'heure actuelle, on transmet correctement une conversation téléphonique à l'aide d'un canal de débit de 4 kBits par seconde. Comment a-t-on fait pour réduire autant (plus de 10 fois!) le volume d'informations à transmettre ?

On a fait appel à des techniques de compression. L'ensemble de ces méthodes, appelées *codage source* développées à partir des années 50, peut être divisé en deux grandes catégories : la compression avec et la compression sans perte. Un représentant célèbre de la première catégorie est le format *mp3*, et un représentant célèbre de la seconde catégorie est le logiciel *zip*. Toujours dans l'exemple de la conversation téléphonique, ces deux techniques sont utilisées pour obtenir le débit de 4 kBits par seconde. Ce débit prend en compte un autre traitement qu'a subi le signal à transmettre, le *codage canal* qui, au contraire de la compression, ajoute des redondances pour permettre de corriger les erreurs éventuelles qui vont intervenir lors de la transmission. Signalons que c'est également ce type de techniques qui permet de lire correctement des *CD* ou des *DVD* rayés.

Modulation et transmission dans le canal

Le signal — codé — peut alors être envoyé dans le canal de transmission qui peut être selon le téléphone utilisé, un câble en cuivre (cas courant du téléphone fixe), une fibre optique, l'atmosphère (cas du téléphone portable), l'espace (cas des communications par satellite)...Le but est alors d'adapter les symboles numériques, *i.e.* la séquence de 0 et de 1, au canal de transmission choisi. Concrètement, si l'on souhaite transmettre 1 bit en Δt seconde, il s'agit de construire un signal

analogique qui garde une caractéristique constante pendant Δt seconde. Toute cette étape est généralement désignée sous le terme de *modulation*. Dans le canal, le signal codé subit des altérations de nature très variées, que le codage canal va pouvoir corriger.

Réception et décodage

À la réception en sortie de canal, interviennent séquentiellement les opérations inverses de celles présentées ci-dessus. On effectue donc une démodulation, un décodage canal, un décodage source et finalement une conversion numérique-analogique.

L'ensemble de cette chaîne de transmission est reproduite dans la figure 1.

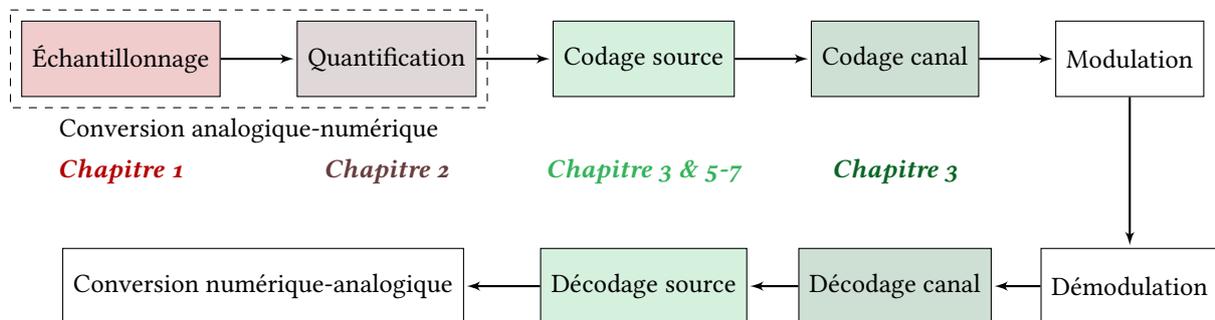


FIGURE 1 : La chaîne de transmission du signal et chapitres correspondants

0.3 PLAN DU COURS

Le plan du cours est basé sur les différentes étapes de la chaîne de transmission qui vient d'être décrite. Les chapitres 1 et 2 portent sur les conditions d'échantillonnage et les techniques de quantification. Des techniques de codage source sans perte de codage canal sont présentées au chapitre 3. Les chapitres suivants permettent d'introduire la compression avec perte. Celle-ci repose presque systématiquement sur la décomposition du signal. Dans le cadre de ce cours, cette décomposition s'effectue suivant les composantes de FOURIER du signal à transmettre. On commence donc par introduire la transformation de FOURIER discrète ainsi qu'un algorithme très efficace permettant son calcul, la *transformée de FOURIER rapide*, encore appelée FFT au chapitre 4. On aborde ensuite la notion de filtre numérique, outil indispensable à la décomposition d'un signal numérique au chapitre 5. La conception d'un filtre numérique est traitée au chapitre ???. Enfin, on présente le cadre général ainsi que les conditions d'une compression avec perte efficace au chapitre ??.