

Extraction rapide des surfaces par les minimaux

des Surfaces 3D par les Minimaux

Robert A. An^{1,2}

Lucent Chen²

¹MEIS-PSF

²CEREMA-EUSIP

51, rue Centrale, Suessnes 92156

bert.an@psf.com

Résumé

Nous présentons une nouvelle méthode permettant de réaliser l'extraction de surfaces à partir d'images 3D sous des contraintes géométriques définies par l'utilisateur. Ces contraintes sont introduites à partir de courbes. Notre approche est fondée sur des chemins minimaux qui intègrent l'information issue des contraintes, ainsi que celle de l'image à travers un potentiel. Les chemins minimaux construisent un réseau qui représente une première approximation de la surface cherchée. Une méthode d'interpolation est utilisée pour construire un maillage ou une représentation implicite fondée sur l'information fournie par l'ensemble des chemins. Notre article décrit une méthode de construction rapide qui exploite l'algorithme du "Fast Marching" et une nouvelle méthode analytique d'interpolation. Ensuite, une méthode fondée sur les ensembles de niveaux peut être utilisée lorsqu'une plus grande précision est demandée. Notre algorithme a été testé avec succès sur des images de synthèse et des images ultrasonores en 3D.

Mots Clef

Segmentation d'images. Chemins minimaux. Contours actifs. Surfaces déformables. Fast Marching. Imagerie Médicale. Reconstruction de surfaces.

Abstract

A novel method performing surface extraction from 3D images under user defined geometrical constraints is presented. The constraints are introduced through boundary curves given by the user or by preprocessing. Our approach is based on minimal paths that integrate the information coming from the constraint curves and from the image through a potential representing the features to extract. The minimal paths build a network representing a first approximation of the desired surface. An interpolation method is then used to build a mesh or an implicit represen-

tation based on the information retrieved from the network of paths. Our paper describes a fast construction obtained by exploiting the Fast Marching algorithm and a fast analytical interpolation method. Moreover, a model extension as well as a Level set method can be used to refine the segmentation when higher accuracy is required. The algorithm has been successfully applied to 3D ultrasound heart images and synthetic images.

Keywords

Image segmentation. Minimal paths. Active contours. Deformable surfaces. Fast Marching. Medical imaging. Surface reconstruction.

1 Introduction

Depuis leur introduction par Kass et al. [1], les modèles déformables conduits par une minimisation d'énergie ont été largement utilisés pour la segmentation d'images 2D et 3D. Malgré de nombreux efforts en vue de réduire l'influence des conditions initiales [2, 3], l'existence de minima locaux d'énergie reste un problème majeur. Lorsque le modèle est initialisé trop loin de la segmentation attendue, celui-ci risque de rester "piégé" dans un minimum local, lors de son évolution. Dans des situations plus délicates, dans lesquelles le rapport signal sur bruit de l'image est faible (images ultrasonores), l'information de l'image ne suffit plus pour réaliser la segmentation attendue, et il est intéressant d'intégrer dans l'outil de segmentation une information supplémentaire apportée par l'utilisateur. Dans de nombreux travaux, cette information consiste en l'introduction de nouveaux termes dans l'énergie, termes qui apportent des a priori de formes [4, 5]. Dans cet article, nous introduisons l'information fournie par l'utilisateur, non pas sous forme énergétique mais sous forme de contraintes fortes dans le processus d'optimisation. De plus, cette information est utilisée pour la construction d'un minimum global de l'énergie. Nous allons considérer la situation dans laquelle les contraintes

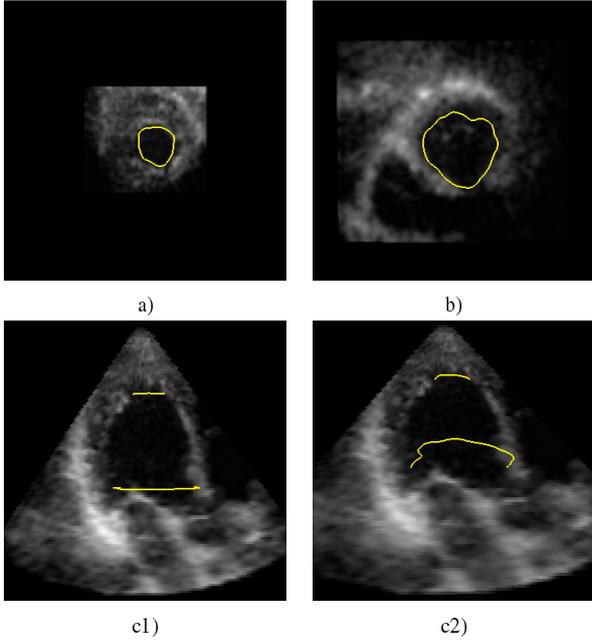


FIG. 1. Exemple d'images ultrasonores après filtrage gaussien. a) et b) sont deux coupes horizontales d'un même volume 3D sur lesquelles nous avons dessiné les contraintes qui seront imposées au modèle, il s'agit de courbes de segmentation. c1) et c2) représentent une coupe verticale du même volume avec les courbes de contraintes et sous deux angles de vue différents. Noter qu'il y a une occlusion d'une partie des courbes par le plan vertical.

imposées par l'utilisateur sont introduites par des courbes gauches données dans l'espace 3D de l'image, la contrainte étant le fait que le modèle contienne dans son état final ces courbes. En guise d'illustration, considérons la figure 1 dans laquelle les courbes de contraintes sont des segmentations 2D (des contours) sur deux plans parallèles. Ceci est une situation classique en imagerie médicale; la figure 1 montre différentes vues d'une image ultrasonore 3D d'un ventricule gauche et des deux segmentations planes.

L'idée fondamentale de notre travail est, en un premier temps, d'estimer la surface cherchée comme un ensemble de chemins minimaux qui joignent les deux courbes de contraintes. En un deuxième temps, nous réalisons l'interpolation de ces chemins pour générer la surface finale.

Comme nous le verrons, il est possible de construire des chemins minimaux [6, 7] qui sont des minima globaux de l'énergie liée à l'image et caractérisant ses contours. Ainsi, notre segmentation ne sera pas soumise aux problèmes de minima locaux, comme le seraient d'autres méthodes de surfaces déformables [8, 9]. En contraignant les extrémités des chemins à appartenir aux courbes données par l'utilisateur, nous introduisons des contraintes fortes sur le minimum à obtenir. Nous obtenons un ensemble dense de chemins, qui reconstruit la surface de l'objet d'intérêt.

La construction finale de la surface est réalisée par l'utilisation d'une nouvelle méthode d'interpolation adaptée au problème. Suivant le degré de précision requis, une méthode d'ensemble de niveaux [10, 9] peut être utilisée pour affiner la segmentation. Seule, la méthode d'ensemble de niveaux ne résoudrait pas le problème sans une initialisation très proche du résultat attendu. Malgré le fait que l'exemple de la figure 1 est classique, notre méthode donne des résultats satisfaisants pour la recherche de surfaces plus générales, comme le montrent les figures 3 ou 13. Nous ne nous limitons donc pas aux cas où le problème peut être traité coupe par coupe comme le modèle simplifié de [8]. Nous avons structuré notre article comme suit : nous rappelons, dans la partie 2, les principes qui permettent de trouver le chemin minimal entre deux points par rapport à une énergie fondée sur l'image. Dans la partie 3, nous proposons une extension de cette méthode à la construction de chemins minimaux entre un point et une courbe, et nous exploitons cette technique pour construire un réseau de chemins minimaux qui approche la surface à segmenter. Dans la section 4, nous présentons une méthode rapide d'interpolation qui permet de déduire notre segmentation à partir des chemins. Enfin, dans la partie 5, nous montrons quelques exemples sur des images de synthèse et des images ultrasonores de coeur.

2 Chemins minimaux

Dans cette partie, nous présentons les fondements de notre travail. La partie 2.1 est un rappel de la méthode introduite dans [6] permettant de trouver le chemin d'énergie minimale entre deux points dans une image 2D. Dans la partie 2.2, nous évoquons rapidement l'algorithme du "Fast Marching" [11] et son extension 3D proposée dans [7].

2.1 Chemins minimaux et minimum global

Les auteurs de [1] donnèrent la première approche d'une méthode maintenant largement répandue pour la déformation de courbes. Ils introduisent l'énergie des contours actifs

$$E(C) = \int_{\Omega} \{\omega \|C'(s)\| + \beta \|C''(s)\| ds\} + \int_{\Omega} \mathcal{P}(C(s)) ds, \quad (2)$$

où C était une courbe dans une image 2D, Ω son domaine de définition et \mathcal{P} le potentiel d'attraction aux données. La déformation de C était pilotée par la minimisation de cette énergie.

Les auteurs de [6] ont proposé d'utiliser les chemins minimaux pour rechercher le minimum global d'une version simplifiée de cette énergie. Ils ont montré que l'initialisation de C pouvait se réduire à la donnée des deux points aux extrémités de C (p_0 et p_1). Leur version simplifiée de l'énergie,

$$\begin{aligned} E(C) &= \int_{[0,L]} \{\omega + \mathcal{P}(C(s))\} ds \\ &= \int_{[0,L]} \{\tilde{\mathcal{P}}(C(s))\} ds, \end{aligned} \quad (3)$$

où L est la longueur de \mathcal{C} , s l'abscisse curviligne et $\tilde{\mathcal{P}} = \omega + \mathcal{P}$ est supposé positif, permet la régularisation de la courbe par la seule influence du paramètre constant ω . La solution de ce problème de minimisation est obtenue par le calcul de la carte d'action minimale \mathcal{U} ; \mathcal{U} vaut en un point p du plan la valeur minimale de l'intégrale de l'énergie le long d'un chemin entre le point initial p_0 et le point p ,

$$\mathcal{U}(p) = \inf_{\mathcal{C} \in \mathcal{A}_{p_0 p}} \left\{ \int_{[0, L]} \tilde{\mathcal{P}}(\mathcal{C}(s)) ds \right\} \quad (4)$$

où $\mathcal{A}_{p_0 p}$ est l'ensemble de tous les chemins entre p_0 et p . Après le calcul de \mathcal{U} , la recherche du chemin minimal reliant p_0 et un point p_1 se limite à suivre la direction opposée à celle du gradient de \mathcal{U} en partant de p_1 et jusqu'à p_0 . Cette méthode, dite de rétro-propagation, est simplement une descente en gradient qui peut être réalisée comme proposé en [6]. Elle revient à résoudre l'équation différentielle ordinaire en \mathcal{C}

$$\frac{\partial \mathcal{C}(s)}{\partial s} = -\nabla \mathcal{U}(\mathcal{C}(s)). \quad (5)$$

Le point fondamental de cet algorithme est le calcul de la carte d'action minimale \mathcal{U} ; ceci est réalisé d'une manière très efficace par l'algorithme du "Fast Marching" décrit ci-dessous.

2.2 Fast Marching

Comme le montre l'auteur de [12], le problème consistant à trouver la carte \mathcal{U} est étroitement lié à l'évolution d'une courbe \mathcal{L} à partir d'un cercle infinitésimal autour de p_0 et vérifiant l'équation d'évolution

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}(s, t) = \frac{1}{\tilde{P}(\mathcal{L})} \vec{n}(s, t), \quad (6)$$

où \vec{n} est la normale à la courbe. Plus précisément, on montre que les ensembles de niveau de \mathcal{U} vérifient

$$\begin{aligned} \forall t, \quad \mathcal{U}^{-1}(t) &= \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \mathcal{U}(p) = t\} \\ &= \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \exists s, \mathcal{L}(s, t) = p\} \\ &= \mathcal{L}(\cdot, t). \end{aligned} \quad (7)$$

et que \mathcal{U} vérifie aussi l'équation Eikonale

$$\|\nabla \mathcal{U}\| = \tilde{\mathcal{P}} \text{ et } \mathcal{U}(p_0) = 0. \quad (8)$$

Pour résoudre numériquement cette équation, le schéma classique des différences finies souffre d'instabilités. La méthode du "Fast Marching" introduite dans [11] est fondée sur une dérivation numériquement orientée qui prend en compte l'information dans le sens de sa propagation ("up-wind direction"); elle conduit à la solution de viscosité [13] de l'équation Eikonale. Les détails de cet algorithme peuvent être trouvés dans [6, 7].

Le principal intérêt de cette technique est son efficacité. Un seul passage sur la grille de discrétisation est nécessaire, et par l'utilisation d'une structure en arbre de priorité, une

complexité en $O(N \log(N))$ peut être assurée lorsque la grille contient N noeuds. Comme il est montré dans [7], l'extension de ce problème à une situation en 3D se fait naturellement. En utilisant une connexité à six voisins, le "Fast Marching" s'exprime facilement en 3D, ce qui permet de résoudre le problème avec la même complexité que dans le cas 2D et de discrétiser l'équation (8) par

$$\begin{aligned} & (\max \{u - \mathcal{U}_{i-1, j, k}, u - \mathcal{U}_{i+1, j, k}, 0\})^2 \\ & + (\max \{u - \mathcal{U}_{i, j-1, k}, u - \mathcal{U}_{i, j+1, k}, 0\})^2 \\ & + (\max \{u - \mathcal{U}_{i, j, k-1}, u - \mathcal{U}_{i, j, k+1}, 0\})^2 = \tilde{\mathcal{P}}_{i, j, k}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Dans [14], les auteurs ont étendu la méthode présentée dans cette partie à la recherche du chemin minimal entre deux régions. Dans la partie suivante, nous présentons une extension de la méthode qui permet de trouver le chemin minimal entre une courbe et un point dans un espace 3D.

3 S g m a i o p a r h m i s m i i m a u x

Nous cherchons à générer une surface qui extrait un objet 3D à partir d'informations pertinentes de l'image. Nous imposons aussi à cette surface la contrainte de contenir les deux courbes fournies par l'utilisateur. Nous proposons de construire une première approximation à partir d'un réseau de chemins minimaux.

3.1 Chemin minimal entre une courbe et un point

Soit γ une courbe définie à l'intérieur d'une région 3D ($\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$) et p un point de \mathbb{R}^3 . Nous appelons chemin entre γ et p une courbe \mathcal{C} telle que $\mathcal{C}(0) = p$ et $\mathcal{C}(L) \in \gamma$ (L étant la longueur de \mathcal{C} , paramétrée par son abscisse curviligne).

Dans cette situation, la carte d'action minimale \mathcal{U} est définie comme la fonction qui à chaque point $p \in \mathbb{R}^3$ associe la valeur minimale de l'énergie des chemins entre γ et p .

$$\mathcal{U}(p) = \inf_{\mathcal{C} \in \mathcal{H}} \left\{ \int_{[0, L]} \tilde{\mathcal{P}}(\mathcal{C}(s)) ds \right\} \quad (10)$$

où \mathcal{H} est l'ensemble de tout les chemins entre γ et p .

Comme pour la partie 2.2, le problème consistant à trouver la carte \mathcal{U} est étroitement lié à l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial \Gamma(u, v, t)}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{\mathcal{P}}(\Gamma)} \vec{n}(u, v, t) \quad (11)$$

qui est l'équation d'évolution d'une surface (Γ) sous l'influence de la force normale ($\frac{1}{\tilde{\mathcal{P}}} \vec{n}$). Son état initial sera, par exemple, un tube très fin autour de γ .

La carte d'action minimale vérifie l'équation Eikonale (8) avec la condition aux bords $\mathcal{U} = 0$ sur γ .

Le même algorithme numérique peut être appliqué pour

trouver la solution, à la seule différence près que les premiers points introduits dans l'arbre de priorité [14] seront exactement les voisins des points de γ . Afin d'obtenir le chemin minimal, la rétro-propagation sera initiée à partir du point p et sera arrêtée lorsqu'un point de γ sera atteint.

3.2 Réseau libre de chemins minimaux

Considérons un potentiel $\tilde{\mathcal{P}}$ dont les valeurs sont faibles au voisinage des contours de l'image 3D, et deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 définies dans le même espace que l'image ; notre objectif est de trouver une surface \mathcal{S} qui vérifie les conditions suivantes :

- \mathcal{S} contient \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ,
- \mathcal{S} est le plus proche possible des objets d'intérêt exprimés à travers les faibles valeurs de $\tilde{\mathcal{P}}$.

La première étape de l'algorithme consiste à générer un ensemble de chemins minimaux par rapport à $\tilde{\mathcal{P}}$ qui joignent \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

Pour construire ce réseau, nous calculons pour chaque point p de \mathcal{C}_2 le chemin minimal entre ce point et \mathcal{C}_1 . Comme nous l'avons présenté dans la partie 3.1, ceci est fait en initialisant la méthode du Fast Marching et en résolvant l'équation Eikonale (8) en relation à $\tilde{\mathcal{P}}$. La carte d'action minimale relative \mathcal{C}_1 n'est calculée qu'une fois et pour chaque point p de \mathcal{C}_2 un processus de rétro-propagation est réalisé. Le chemin g_p obtenu vérifie

$$g_p = \underset{C \in \mathcal{H}_p}{\text{ArgMin}} \left(\int_{[0,L]} \tilde{\mathcal{P}}(C(s)) ds \right), \quad (12)$$

où \mathcal{H}_p est l'ensemble de tous les chemins entre p et \mathcal{C}_1 . Remarquons que pour chaque point p , le chemin g_p est un minimum global de l'énergie $E(C) = \int \tilde{\mathcal{P}}(C)$; ainsi, il approche au mieux, de façon globale, les faibles valeurs de $\tilde{\mathcal{P}}$ et il joint les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

Une illustration d'une telle construction est donnée dans la figure 2, où un potentiel adapté à la recherche de la surface extérieure d'un ellipsoïde est utilisé. Le potentiel prend deux valeurs, une valeur faible sur un voisinage de la surface de l'ellipsoïde (1 par exemple), une valeur forte ailleurs dans l'image (255 par exemple). A partir de cet exemple, il est clair que l'ensemble des chemins générés $\{g_p\}_{p \in \mathcal{C}_2}$ reconstruit de façon perceptuelle l'objet d'intérêt se trouvant entre les deux courbes supérieure et inférieure, donnant ainsi une bonne approximation de la surface \mathcal{S} .

Il est important de noter que, même dans le cas où les courbes de contraintes ne sont pas situées sur l'objet d'intérêt, l'ensemble de chemins établira un compromis entre minimisation de l'énergie (ce qui conduit les chemins à rester près des contours de l'image) et la contrainte de joindre les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ; il le fera de façon optimale. Nous illustrons cette situation dans la figure 3, dans laquelle le potentiel choisi conduit les chemins vers une forme tubulaire. Dans la deuxième image, la courbe \mathcal{C}_2

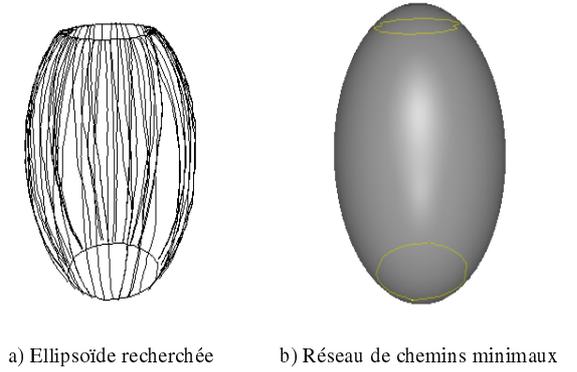


FIG. 2. (a) Ensembles de chemins obtenus par l'application de notre algorithme en utilisant un potentiel adaptée à la recherche de l'ellipsoïde (b).

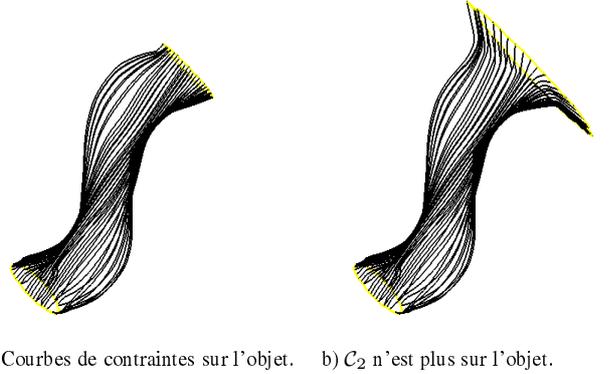


FIG. 3. Réseau de chemins obtenu sur une image de synthèse d'un tube en 'S' en 3D. (a) Les deux courbes de contraintes se trouvent sur le tube, l'image montre les chemins minimaux obtenus. (b) Bien que la courbe supérieure ne se trouve pas sur la surface, les chemins rejoignent la surface de façon minimale.

n'appartient pas au tube recherché.

La construction que nous venons de décrire est numériquement très efficace, l'algorithme du Fast Marching n'est utilisé qu'une seule fois et chaque chemin est déterminé à travers un processus de descente de gradient de faible complexité. Toutefois, sa principale faiblesse est le fait que les chemins minimaux joignant les points de \mathcal{C}_2 et la courbe \mathcal{C}_1 auront tendance à fusionner, comme le font les rivières qui descendent les montagne, et quelques régions de l'objet d'intérêt seront perdues (voir figure 7a). Ce comportement est difficile à contrôler, car il dépend principalement des caractéristiques géométriques de la surface à extraire à travers la minimisation du potentiel. Dans la section suivante, nous présentons une solution aux situations où les chemins minimaux échouent, à cause de leur fusion, dans la reconstruction de la surface

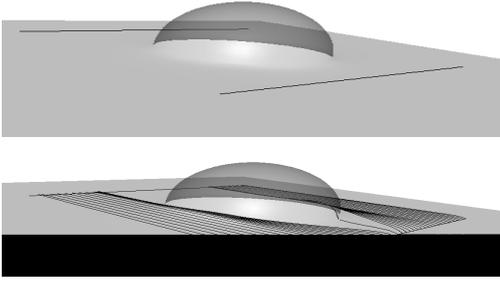


FIG. 4. Données (en haut) : fusion d'un plan et d'une demi-sphère (visualisation en transparence) et C_1 et C_2 (segments noirs). Résultat (en bas) : Ensemble de chemins joignant C_1 et C_2 . Le réseau de chemins échoue dans la reconstruction de la surface.

recherchée.

3.3 Ensemble de chemins minimaux restreints

La figure 4 illustre une situation typique où l'ensemble des chemins minimaux, décrit dans la partie précédente, échoue dans la récupération de la surface d'intérêt. Le potentiel utilisé prend des valeurs minimales sur une surface qui est constituée par la fusion entre un plan et une demi-sphère. Les chemins minimaux feront le tour de la sphère plutôt que de la parcourir. La raison de ce comportement est le fait que les chemins peuvent joindre n'importe quel point de la courbe C_2 et il est donc moins coûteux de contourner la sphère. Dans des situations plus complexes (images ultrasonores de ventricules), un grand nombre de chemins fusionnent et un nombre très réduit de points de la courbe d'arrivée (C_1) sont atteints. Ceci est problématique, car une trop grande quantité d'information est perdue (voir figure 7a). Pour résoudre ce problème, une méthode simple mais efficace consiste à restreindre géométriquement le processus de rétro-propagation qui construit les chemins. Dans notre cas, une façon d'obtenir un ensemble de chemins minimaux distribués plus uniformément est de restreindre leur construction à des plans. Lors de la rétro-propagation à partir d'un point $p \in C_2$, nous définissons un plan Π_p contenant p et caractérisé par la donnée d'un vecteur normal \vec{n}_p . Ainsi, nous projetons la descente de gradient sur Π_p pour la construction des chemins. Ce qui revient à résoudre

$$\frac{\partial \mathcal{C}(s)}{\partial s} = -\nabla U(C(s)) + (\nabla U(C(s)) \cdot \vec{n}_p) \vec{n}_p, \quad (15)$$

au lieu de l'équation 5.

Nous montrons sur la figure 5 le résultat obtenu à travers la restriction des chemins à des plans parallèles qui sont orthogonaux à C_1 et C_2 (\vec{n}_p ne dépend pas de p dans ce cas, il s'agit du vecteur unitaire parallèle à C_1 et C_2).

Dans la pratique, les deux courbes imposées par l'utilisateur sont typiquement des courbes fermées, qui sont souvent des segmentation en 2D de coupes d'un volume

FIG. 5. Réseau restreint obtenu à partir de la nouvelle rétro-propagation. Comparé à la figure 4, l'ensemble des chemins est mieux distribué et reconstruit pratiquement la demi-sphère oubliée précédemment.

3D. Dans de telles situations, nous pouvons intuitivement définir le plan Π_p par trois points : G_1 (barycentre de C_1), G_2 (barycentre de C_2) et p , de sorte que

$$\vec{n}_p = \frac{\vec{G}_1 G_2 \wedge \vec{G}_1 p}{\|\vec{G}_1 G_2 \wedge \vec{G}_1 p\|}. \quad (16)$$

Lorsque le point p décrit C_2 , le plan Π_p "tourne" autour de l'axe principal $G_1 G_2$. Malgré la simplicité de cette approche, la classe de surfaces pouvant être segmentées en étudiant leur intersection avec des plans est assez large. Cette classe comprenant toutes les surfaces dont l'intersection avec les plans Π_p est connexe. A chaque position, le plan Π_p sera proche d'un plan médian, et nos chemins minimaux construiront des segmentations 2D sur ces plans (voir schéma sur la figure 6).

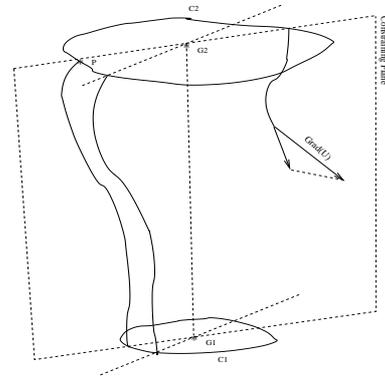
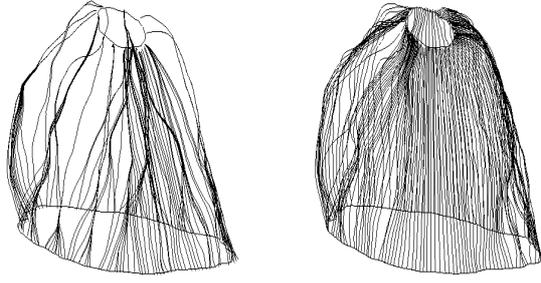


FIG. 6. Illustration de la projection de la rétro-propagation.

Cette efficacité est appréciable lorsque la méthode est appliquée à des images ultrasonores du ventricule gauche (voir figure 7b et la partie 5.3), puisque la surface du ventricule vérifie la propriété énoncée ci-dessus.

4 La surface interpolée

Dans cette partie, nous décrivons l'étape finale de notre algorithme. Elle consiste à obtenir une surface décrite par un maillage ou comme étant l'ensemble de niveau zéro d'une fonction distance ; cette surface sera déduite des chemins obtenus précédemment. Notre objectif est maintenant de trouver une surface qui interpole l'information fournie par



a) Ensemble de chemins b) Réseau restreint de chemins

FIG. 7. Ensemble de chemins minimaux généré en utilisant un potentiel adapté à la segmentation d'un ventricule gauche. Les deux courbes de contraintes sont ici données sur deux plans horizontaux parallèles. a) représente l'ensemble non restreint de chemin, b) le réseau restreint.

le réseau de chemins.

Dans la littérature, il existe un grand nombre de travaux traitant le problème de reconstruction de surface à partir de courbes. Nous pouvons citer en particulier les travaux dans [15], où les auteurs proposèrent une solution exploitant les triangulations de Delaunay pour la reconstruction de surfaces à partir de coupes parallèles. Plus récemment, et utilisant aussi les triangulations de Delaunay, nous pouvons citer l'approche des auteurs de [16]. Dans un tout autre registre, les auteurs de [17] proposèrent une méthode variationnelle, se fondant sur une minimisation d'énergie, pour réaliser la reconstruction de surfaces à partir de nuages de points en 3D. Ces méthodes pourraient être adaptées à la génération d'une surface à partir de nos chemins. Toutefois, nous proposons une méthode différente qui semble, dans notre cas, plus simple et plus rapide.

Par construction, deux chemins minimaux appartenant au réseau non restreint ne peuvent que fusionner ou avoir une intersection vide. En nous fondant sur ce fait, nous avons introduit une nouvelle méthode d'interpolation, inspirée des splines, qui intègre à la fois l'information fournie par l'ensemble des chemins et par les courbes de contraintes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . Si les chemins ne fusionnent pas, notre méthode construit une surface qui est continûment différentiable, sinon la surface sera au moins continue.

4.1 Interpolation analytique des chemins

Notre méthode d'interpolation est fondée sur une interpolation linéaire locale de chaque secteur de la surface. Chaque secteur est défini par deux chemins minimaux contigus du réseau et les deux portions des courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 (voir figure 8). Soient s_1 et s_2 , les abscisses curvilignes de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ,

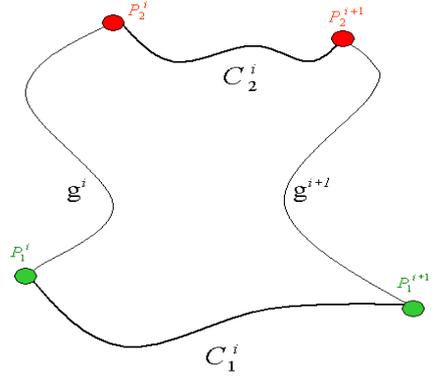


FIG. 8. Illustration d'un secteur défini par deux chemins

et $\mathcal{C}_1^i, \mathcal{C}_2^i$ leur restrictions au $i^{\text{ème}}$ secteur. L'ensemble de chemins sera noté $\{g^i\}_{i \in \{1, 2, \dots, n\}}$ et $\{P_1^i\}, \{P_2^i\}$ sont les positions des points d'intersection de $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ avec les chemins $\{g^i\}$ ($\mathcal{C}_j \cap g^i = \mathcal{C}_j(s_j(P_j^i))$).

Une étape fondamentale de la construction de la surface est l'introduction de la fonction σ , strictement croissante, de classe au moins C^1 et qui crée la correspondance suivante entre les abscisses curvilignes des courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 : $s_2(P_2^i) = \sigma(s_1(P_1^i))$. Plus précisément, σ peut être choisie comme une fonction spline cubique de $[0, 1]$ dans lui-même et contrainte par les égalités précédentes. Ceci permet d'introduire une paramétrisation commune, notée v , sur les deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 et donc d'avoir les mêmes abscisses pour les points d'intersection $\{P^i\}$. Remarquons que seule une reparamétrisation sur \mathcal{C}_2 est nécessaire ($v = s_1$).

De la même façon nous allons paramétrer tous les chemins $\{g^i\}$ avec le même paramètre u qui prendra ses valeurs sur l'intervalle $[0, 1]$. Nous cherchons à générer une surface paramétrée D qui soit continûment différentiable et paramétrée par u et v . La contrainte principale sur D est de contenir les courbes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ et tous les chemins. De façon à avoir la continuité à la frontière de chaque secteur, si D^i est la restriction au $i^{\text{ème}}$ secteur de D , nous devons imposer la condition

$$(P_1) \quad \begin{cases} D^i(., v(P^i)) & \equiv g^i \\ D^i(0, .) & \equiv \mathcal{C}_1^i \\ D^i(1, .) & \equiv \mathcal{C}_2^i \end{cases}$$

Si de plus nous imposons à D de vérifier la condition pour tout $u \in [0, 1]$

$$(P_2) \quad \frac{\partial D^i}{\partial v}(u, v(P^{i+1})) = \frac{\partial D^{i+1}}{\partial v}(u, v(P^{i+1})) \quad (18)$$

D sera une surface au moins continûment différentiable et paramétrée par u et v .

On peut montrer que l'expression suivante de D satisfait

(\mathcal{P}_1) et (\mathcal{P}_2) ,

$$D^i(u, v) = \alpha^i(u, v) [C^i(u, v) - \tilde{g}^i(u)] + (1 - \alpha^i(u, v)) [C^i(u, v) - \tilde{g}^{i+1}(u)] \quad (19)$$

avec les définitions suivantes

$$- C^i(u, v) = (1 - f(u))C_1^i(v) + f(u)C_2^i(\sigma(v))$$

$$- \tilde{g}^i(u) = g^i(u) - C^i(u, v(P^i))$$

$$- \alpha^i(u, v) = (1 - \tau_i(v)) \{1 + \tau_i(v) [\mu_i(u) - 1] h \circ \tau_i(v)\}$$

$$- \tau_i(v) = \frac{v - v(P^i)}{v(P^{i+1}) - v(P^i)}$$

$$- \mu_i(u) = \frac{\tilde{g}^{i+2}(u) - \tilde{g}^{i+1}(u)}{\tilde{g}^{i+1}(u) - \tilde{g}^i(u)} \tau_{i+1}(v(P^i))$$

Les deux fonctions f et h peuvent être choisies parmi toutes les fonctions différentiables sur $[0, 1]$ et doivent vérifier $h(1) = f(0) = 1$ et $f(1) = h(0) = 0$.

L'avantage d'une telle méthode d'interpolation est la vitesse de calcul. Seulement des opérations élémentaires sont nécessaires pour générer la surface (aucune inversion matricielle n'est nécessaire) et l'information des chemins ainsi que des courbes de contraintes est intégrée dans le processus. Même dans le cas où un nombre réduit de chemins est utilisé l'interpolation reste pertinente. Ceci est montré sur la figure 9, sur laquelle nous pouvons observer la reconstruction d'une surface à partir d'un nombre limité de chemins. Sur la figure 10, nous montrons l'interpolation du réseau obtenu à partir d'une image échographique d'un ventricule gauche. Nous observons que, bien que de nombreux chemins fusionnent, l'interpolation reste satisfaisante.

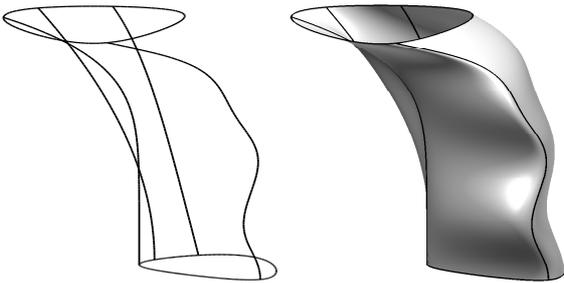


FIG. 9. Surface interpolée à partir de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 (courbes supérieure et inférieure) et 4 chemins. Le nombre de chemins est ici réduit pour la visibilité.

4.2 Extension par la méthode d'ensembles de niveau

Selon la nature de l'image, la surface obtenue peut être considérée comme une segmentation satisfaisante ou, dans

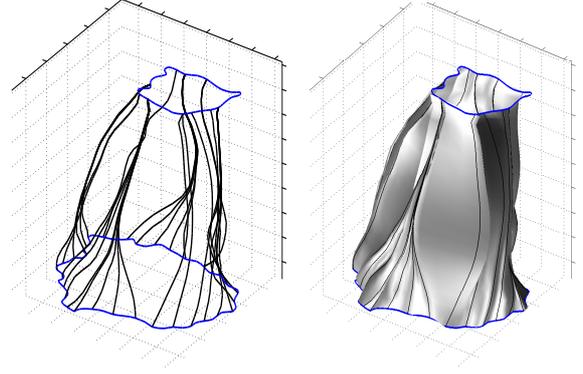


FIG. 10. Ensemble de chemins et surface obtenue par l'application de notre algorithme à une image ultrasonore du ventricule gauche.

des cas plus complexes, comme une bonne initialisation pour une méthode de surface active par ensembles de niveau [9, 11]. A partir de l'interpolation analytique, nous obtenons un maillage régulier. De celui-ci, une fonction distance ϕ , qui vérifierait $\phi^{-1}(0) = D$, peut être construite en utilisant la méthode du *Fast Marching* initialisée par la surface D et en utilisant un potentiel constant de valeur 1. Une fois ϕ obtenue, une méthode classique d'évolution d'ensembles de niveau donne une segmentation plus précise. Remarquons qu'un nombre réduit d'itérations est nécessaire dans l'évolution numérique de ϕ , car la surface obtenue par notre algorithme est déjà très proche de la surface recherchée. Comparée à l'utilisation d'une méthode d'ensemble de niveau avec une initialisation classique, notre approche est plus rapide, évite les minima locaux et permet d'imposer des contraintes fortes.

5 Applications

Dans cette partie nous appliquons notre algorithme à quelques images de synthèse et ultrasonores. En un premier temps, nous donnons un exemple de potentiel utilisé pour la détection de contours dans l'image. A priori, n'importe quel détecteur de contours peut être utilisé comme potentiel; l'intérêt de celui que nous utilisons est le fait que la modification de ses paramètres permet d'agir directement sur les chemins obtenus.

5.1 Choix du potentiel

Afin de segmenter un objet d'intérêt dans l'image, nous allons utiliser un potentiel (ou fonction de coût) qui permettra au front Γ (voir section 2) d'avancer rapidement dans les régions dans lesquelles les contours de l'image sont présents. La forme de ce potentiel est la suivante

$$\mathcal{P} = \alpha h(|\nabla I_\sigma|) + (1 - \alpha) h_{gap}(\Delta I_\sigma), \quad (20)$$

où h et h_{gap} sont deux fonctions bornées sur $[0, 1]$ et I_σ est la convolution de l'image avec un noyau gaussien de variance σ . Le choix des fonctions h et h_{gap} est limité par le fait que la fonction de coût doit être élevée dans les zones

où il n'y a pas de contours. Un choix simple pour h peut être la forme classique : $h(x) = \frac{1}{1+x^2/\lambda^2}$ [18, 10], où λ est un facteur de contraste défini par l'utilisateur qui peut aussi être calculé comme une valeur moyenne de la norme du gradient, $\lambda = \frac{\int \|\nabla I\| dx}{\int dx}$.

La fonction h_{gap} est choisie pour être un détecteur des zéros du Laplacien qui dépend d'une constante gap définie par l'utilisateur. Etant donné la nature bruitée du Laplacien d'une image, h_{gap} est construite de façon à ne prendre que deux valeurs (0 ou 1), aussi elle ne détecte que des zéros pertinents du Laplacien (voir [19]). La figure 11 montre un exemple de potentiel construit de la manière ci-dessus décrite. Afin d'estimer automatiquement le fac-

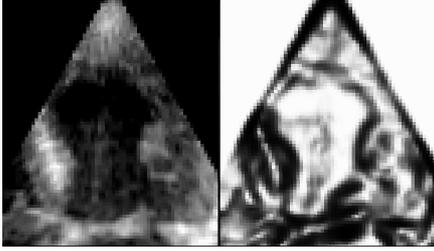


FIG. 11. Vue d'une coupe d'une image ultrasonore 3D du ventricule gauche. A droite, la fonction coût.

teur α , une méthode d'apprentissage pourrait être utilisée comme dans [19], en utilisant l'information dans un voisinage des courbes de contraintes fournies. Dans la pratique ceci est difficile car, dans la plupart des cas, les courbes de contraintes sont placées dans des zones où les contours sont très difficiles à détecter (d'où l'intérêt de ces contraintes).

5.2 Résultats sur des images de synthèse

La figure 12 représente la reconstruction de notre tube en 'S' (figure 3). Cet exemple montre les avantages introduits par notre méthode; après la construction rapide des chemins et l'interpolation, la surface du tube est presque totalement obtenue (Figure 12 c). Elle montre aussi la possibilité de construire une surface qui est un compromis entre détection de l'objet et respect des contraintes fortes imposées.

La figure 13 montre la segmentation d'une image plus complexe (Figure 13a) qui contient trois objets imbriqués (blancs). La surface cherchée est la surface externe du deuxième volume en "S" (voir figure 13f et 13g). Dans cet exemple, les courbes de contraintes nous seront très utiles pour la segmentation. Ces courbes sont montrées sur les figures 13a (les deux courbes dans l'espace 3D), 13b (C_1) et 13c (C_2). Sur les figures 13d à 13g, nous montrons respectivement, le réseau de chemin obtenu par notre algorithme, la surface interpolée, la surface obtenue après exactement dix itérations d'une surface active de type ensemble de niveaux, et l'intersection entre un plan du volume et cette surface. Le temps de calcul pour cette segmentation sur une machine possédant un processeur de 1.6 Ghz est proche d'une minute. Sur les figures 13h à 13k, nous mon-

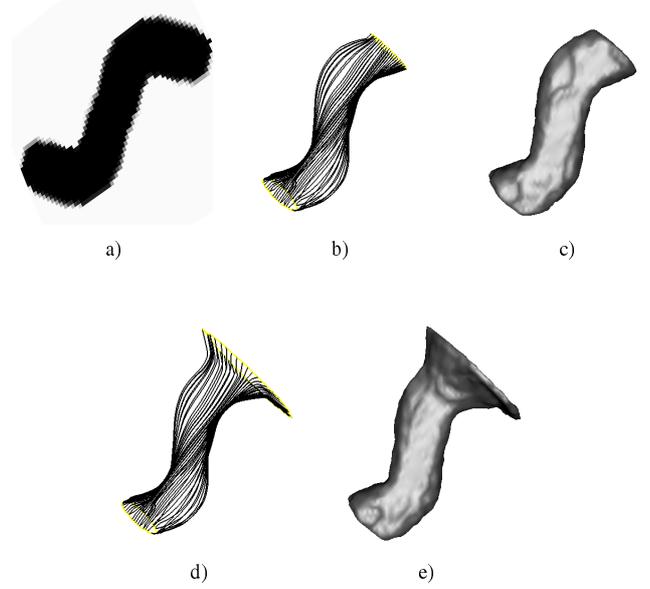


FIG. 12. Reconstruction d'une image de synthèse : a) Intersection du tube 3D en 'S' avec un plan. b) Réseau de chemins obtenu lorsque les courbes de contraintes sont situées sur la surface du tube. c) Surface interpolée. d), e) résultat lors de la segmentation de la même image, la courbe C_2 n'étant plus sur la surface tubulaire.

trons le résultat obtenu en initialisant une surface active avec une forme cylindrique. La convergence dans ce cas ne sera pas satisfaisante car la surface sera rapidement piégée dans des minima locaux. La figure 13k montre la surface obtenue après dix minutes et 750 itérations sur la même machine. Notre méthode permet donc l'extraction rapide de l'objet avec seulement la donnée des deux courbes aux extrémités.

Dans la section suivante, nous présentons des résultats sur des images réelles. Dans ce genre d'images, les minima locaux sont très difficiles à éviter, d'où l'apport de notre travail.

5.3 Reconstruction du ventricule gauche à partir d'images ultrasonores

Il est fréquent, lors de l'analyse d'images ultrasonores cardiaques 3D, que le médecin réalise une segmentation 2D d'une ou deux coupes. Quand les images sont de faible qualité, le médecin trace cette segmentation à la main. Notre algorithme permet alors de construire rapidement un modèle 3D qui approche assez précisément la partie du ventricule se trouvant entre les deux coupes. La figure 14 montre le processus complet de segmentation du ventricule gauche que nous avons montré sur la figure 1. Les courbes de contraintes sont celles visibles sur les figures 1a et 1b. Comme on peut le voir sur la figure 14b, l'ensemble restreint de chemins a pratiquement reconstruit le ventricule. La figure 14c représente la surface interpolée obtenue avec

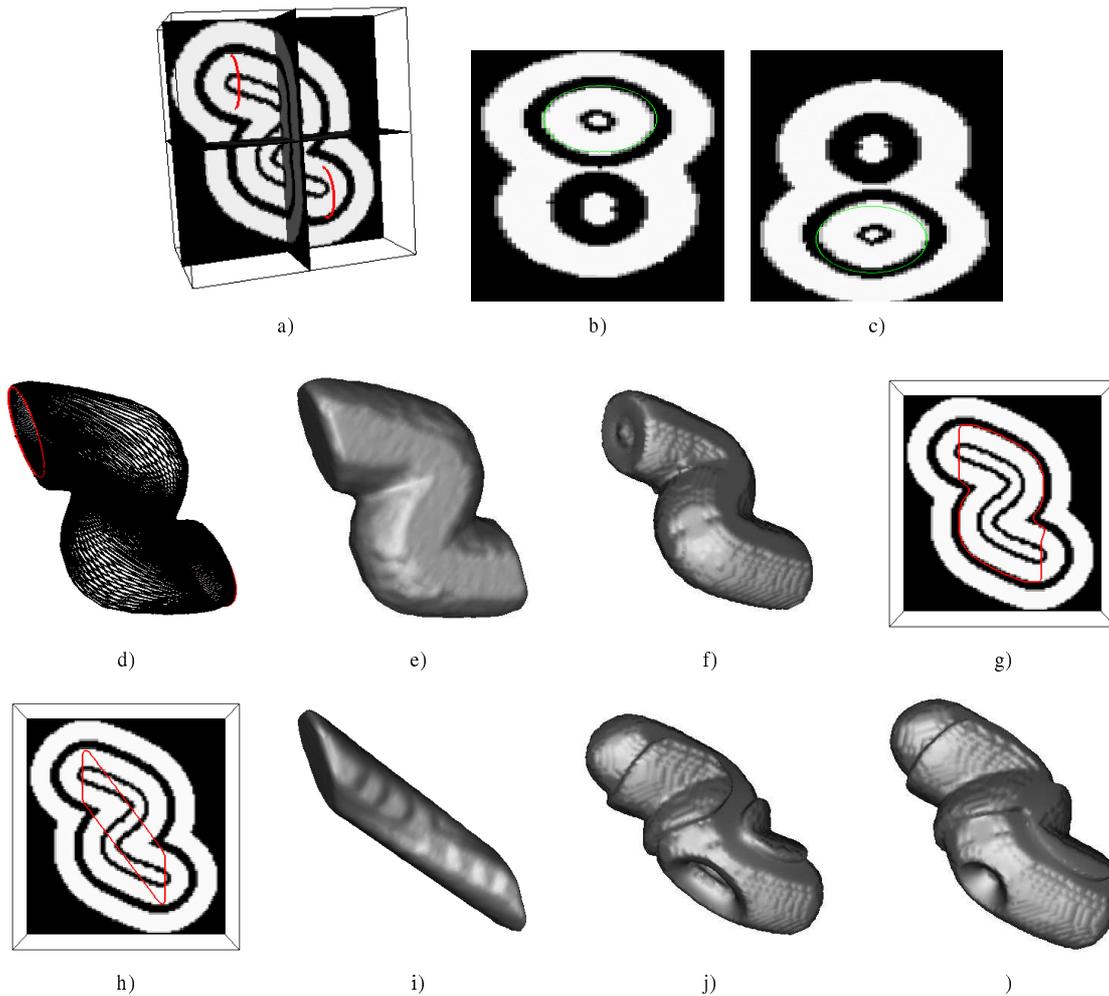


FIG. 13. a) Vue de plusieurs plan du volume 3D à segmenter avec le deux courbes de contraintes. b) Coupe vertical montrant la position de C_1 sur le volume. c) Coupe vertical montrant la position de C_2 sur le volume. d) Ensemble de chemins obtenues. e) Surface interpolée. f) Surface après itérations. g) Intersection de la surface et d'un plan du volume. h) à k) Essai de segmentation avec une initialisation classique, j) montre la surface après 15 itérations et k) après 5 .

notre méthode. Une méthode classique par ensemble de niveaux est appliquée pour affiner le résultat.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté une nouvelle méthode pour la construction de surfaces sous la contrainte forte de contenir des courbes données. Pour ce faire, nous avons utilisé des chemins minimaux comme guides pour la génération de notre surface à travers une interpolation. Nous avons aussi présenté une nouvelle méthode d'interpolation dédiée à notre application et qui se caractérise par sa simplicité et sa vitesse.

Un autre intérêt fondamental est le fait que, dans la région limitée par les deux courbes, la surface obtenue évite les minima locaux et est proche du minimum global.

Dans le futur, notre méthode pourra être utilisée pour la segmentation de surfaces à topologie compliquée sous des

contraintes fortes. Par ailleurs, dans le cas de la segmentation du ventricule gauche, une recherche de points selles [20] pourrait se faire de façon à trouver l'apex et d'autres points importants qui permettraient de réaliser la segmentation complète et non plus seulement entre les deux coupes.

References

- [1] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4):321–331, 1988.
- [2] L.D. Cohen. On active contour models and balloons. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding*, 53(2):211–218, 1991.
- [3] Laurent Cohen. Avoiding local minima for deformable curves in image analysis. In C. Rabut, A. Le Mehaute and L. L. Schumaker, editors, *Curves*

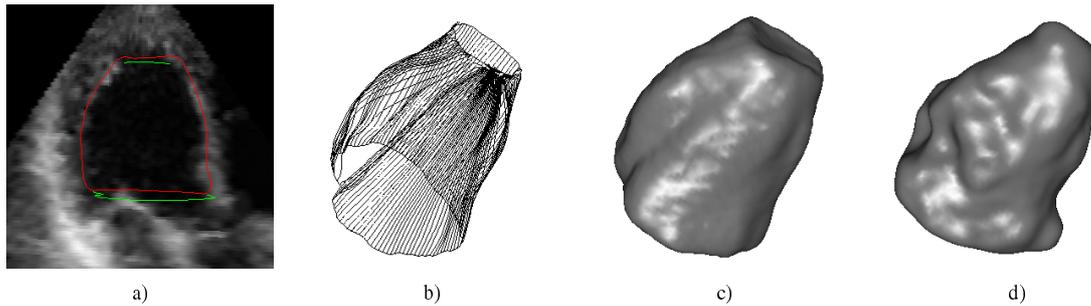


FIG. 14. a) Coupe d'une image ultrasonore 3D comportant une intersection avec la surface interpolée. b) Réseau restreint de chemins. c) Surface interpolée. d) Modèle final après quelques évolutions par la méthode des ensembles de niveaux.

and surfaces with Applications in CAGD, Nashville, 1997. Vanderbilt Univ. Press.

- [4] Yunmei Chen, S. Thiruvankadam, D. Tagare, Fenguang, D. Wilson, and E.A. Geiser. On the incorporation of shape priors into geometric active contours. *Workshop on Variational and Level set Methods in Computer Vision*, 1 :145–152, 2001.
- [5] Mikael Rousson and Nikos Paragios. Shape priors for level set representations. *Proceedings of the 7th European Conference on Computer Vision (ECCV'02)*, June 2002.
- [6] L.D. Cohen and R. Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, 24(1) :57–78, August 1997.
- [7] T. Deschamps and L.D. Cohen. Fast extraction of minimal paths in 3D images and applications to virtual endoscopy. *Medical Image Analysis*, 5(4), December 2001.
- [8] L.D. Cohen and I. Cohen. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-d and 3-d images. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131–1147, November 1993.
- [9] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, and C. Sbert. Minimal-surfaces based object segmentation. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(4) :394–398, April 1997.
- [10] R. Malladi, A. Sethian, and B.C. Vemuri. Shape modelling with front propagation : A level set approach. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(2) :158–175, February 1995.
- [11] A. Sethian. *Level set methods : Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Sciences*. Cambridge University Press, University of California, Berkeley, 2nd edition, 1999.
- [12] A.M. Bruckstein. On shape from shading. *CVGI*, 44(2) :139–154, November 1988.
- [13] M.G. Crandall, H. Ishii, and P. L. Lions. User's guide to viscosity solutions of second order partial linear differential equations. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 27 :1–67, 1992.
- [14] L.D Cohen and T. Deschamps. Grouping connected components using minimal path techniques. application to reconstruction of vessels in 2D and 3D images. *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'01)*, 2001.
- [15] F.-D. Boissonnat and B. Geiger. Three dimensional reconstruction of complex shapes based on the Delaunay triangulation. In R. S. Acharya and D. B. Goldgof, editors, *Biomedical Image Processing and Biomedical Visualization*, volume 1905, pages 964–975. SPIE, 1993.
- [16] N. Amenta and M. Bern. Surface reconstruction by voronoi filtering. In *1st ACM Symposium on Computational Geometry*, 1994.
- [17] Y. Zhao, S. Osher, and R. Fedkiw. Fast surface reconstruction using the level set method. *Workshop on Variational and Level set Methods In Computer Vision*, pages 194–201, July 2001.
- [18] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, 22(1) :61–79, 1997.
- [19] Myriam Greff O. Gerard, T. Deschamps and Laurent D. Cohen. Real-time interactive path extraction with on-the-fly adaptation of the external forces. *Proceedings of the 7th European Conference on Computer Vision (ECCV'02)*, June 2002.
- [20] L.D. Cohen. Multiple contour finding and perceptual grouping using minimal paths. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 14(3), 2001. CEREMADE TR 0101, March 2001.