

Poincaré a-t-il existé ?

Ivar Ekeland
CEREMADE, Université Paris-Dauphine
ekeland@ceremade.dauphine.fr

13 mai 2012

Il était une fois un petit garçon qui s'appelait Henri. Il naquit à Nancy en 1854, sous le Second Empire, et il eut la douleur de connaître la déroute de 1870 et l'occupation de l'Alsace-Lorraine. Nancy eut la chance de rester française, et Henri y resta jusqu'en 1874.

Il devint un grand citoyen. Il obtint son bac en 1871, et fit Math Sup et Math Spé au Lycée de Nancy. Il obtint deux fois le prix d'honneur au Concours Général, et en 1873 il fut reçu major à l'École Polytechnique et 5ème à l'École Normale Supérieure. Il choisit la première, en sortit second en 1875 et rentra donc à l'École des Mines, dont il sortit en 1878 comme ingénieur des mines. La même année il passa sa thèse de mathématiques, et fut nommé chargé du cours d'analyse mathématique à Caen. Dès lors sa carrière universitaire fut météorique. Maître de conférences d'analyse à Paris en 1881, titulaire de la chaire de mécanique physique et expérimentale en 1885, titulaire de la chaire de physique mathématique et calcul de probabilités en 1886, élu à l'Académie des Sciences en 1887, ingénieur en chef des mines en 1893, titulaire de la chaire d'astronomie mathématique et de mécanique céleste à la Sorbonne en 1896, président du Bureau des Longitudes en 1899, professeur d'électricité théorique à l'École Professionnelle Supérieure des Postes et des Télégraphes en 1902, commandeur de la Légion d'Honneur en 1903, professeur honoraire d'astronomie générale à l'École Polytechnique en 1904, élu à l'Académie Française en 1908 sur le fauteuil de Sully Prudhomme.

Il devint un grand patriote. Il avait été profondément marqué par le désastre de 1870. Invité à présider le dix-neuvième banquet annuel de l'Association Générale des Étudiants de Paris, le 13 mai 1903, il déclarait: "Cruellement frappés au moment d'arriver à l'âge d'homme, mes contemporains se sont mis à l'ouvrage pour réparer le désastre. Les Français avaient beau s'entre-déchirer, ils avaient du moins un espoir commun. Les années ont passé, et la délivrance n'est pas venue. Et alors nous nous demandons si vous avez hérité de ce rêve, sans quoi tous nos sacrifices auraient été inutiles. Peut-être regardez-vous d'un oeil presque indifférent ce qui nous paraissait l'intolérable injustice, peut-être ce qui était pour nous une plaie saignante, n'est-il pour vous qu'un fâcheux souvenir historique, comme les lointains désastres d'Azincourt ou de Pavie.¹" Aussi était-il sans illusion sur l'Allemagne, et mettait-il sa confiance dans l'armée: "Le jour ou la France n'aura plus de soldats, mais seulement des raisonneurs, Guillaume II sera le maître de l'Europe ... Ne vous imaginez pas que ce que les Allemands appellent droit ou liberté, ce soit la même chose que ce que nous appelons des mêmes noms. Et quand même tous les peuples marcheraient vers un même idéal, cela ne nous dispenserait pas d'être forts. Si cela est vrai, et si cet idéal est le nôtre, c'est nous qui marchons en tête. Il faut alors que les autres nous suivent. Ils nous suivront si nous sommes forts. Ils ne nous suivront pas si nous sommes faibles. Oublier la patrie, ce serait donc aussi trahir l'idéal et la vérité. Sans les soldats de l'an II, que serait-il resté de la Révolution ?² "

Il devint un grand détective. Jeune ingénieur des mines, il fut chargé de l'enquête après la catastrophe du puits de Magny, le 1 Septembre 1879, où un coup de grisou avait causé la mort de 16 mineurs. Au

1 Poincaré, "Discours au banquet du 11 mai", in "*L'université de Paris*", 18ème année, n° 4 (117), 1 juin 1903

2 *ibidem*

terme d'une analyse minutieuse, qui fut considérée comme un modèle du genre, et non sans avoir fait montre d'un certain courage personnel, il identifie la lampe 476, qui avait été endommagée par un coup de pic, comme la cause du désastre. Mais cette lampe, qui avait été remise au mineur Pautot, avait été trouvée près du corps du mineur Perroz, qui était chargé de remplir les wagonnets et n'avait pas de pic. Et Poincaré de conclure dans son rapport que Pautot avait endommagé sa lampe sans s'en apercevoir, puis avait été parler à Perroz, et s'était trompé de lampe en repartant, un moment d'inattention qui devait coûter très cher ! Devenu une personnalité importante, il apporta une contribution décisive au rétablissement de la vérité dans l'affaire Dreyfus, où par deux fois il servit de témoin à décharge. Comme on le sait, toute l'accusation tournait autour du "bordereau", document manuscrit trouvé dans la corbeille de l'attaché militaire allemand. Bertillon, l'inventeur des empreintes digitales, avait voulu démontrer que Dreyfus en était l'auteur; sa démonstration combinait une analyse graphologique avec le calcul des probabilités. Dans un volumineux et méticuleux rapport de 100 pages, élaboré avec Paul Appell et Gaston Darboux, et remis en 1904 à la Cour de Cassation, Henri montra que les arguments de Bertillon n'avaient pas de valeur probante, et qu'il n'en subsistait aucun élément susceptible d'incriminer l'accusé, conclusions qui furent reprises par la Cour dans son arrêt définitif réhabilitant le capitaine Dreyfus.

Il devint un grand ingénieur. Il fut pendant de longues années au comité de rédaction de la revue "*L'Éclairage Électrique*", devenue en 1908 "*La Lumière Électrique*", dont le titre indique bien les préoccupations très concrètes, et il y contribua très régulièrement. C'était l'époque où l'on découvrait les possibilités qu'offrait le signal électrique pour la communication à distance, avec ou sans fil. Henri en comprit l'importance scientifique, industrielle et stratégique. Scientifique, car on pouvait désormais, grâce aux câbles sous-marins, synchroniser presque instantanément les horloges en Europe et en Amérique, au lieu d'embarquer des chronomètres sur les navires transatlantiques et de leur faire subir les aléas d'une traversée de plusieurs jours. Industrielle, car cette technologie nouvelle nécessitait des investissements importants: il fallait construire des câbles capables de résister aux grandes profondeurs et de transmettre le signal sur des milliers de kilomètres, et il fallait aussi construire des navires pour les poser. Stratégiques, car l'opérateur du câble peut écouter, voire même interrompre, les communications, comme les Français en firent l'amère expérience: lors de la crise de Fachoda, le câble Paris-Dakar cessa mystérieusement de fonctionner. Dans ses articles, et dans les leçons professées à l'École de Télégraphie, Henri résolut l'équation dite des télégraphistes, qui décrit la propagation du signal électrique dans un fil, et étudia également le récepteur téléphonique, mettant notamment en évidence le rôle des courants de Foucault dans la masse de l'aimant. Mais il étudia aussi la télégraphie sans fil, motivé par une l'expérience de Marconi, en 1901, avait capté à Terre-Neuve un signal émis d'Angleterre. Il montra qu'il ne pouvait s'agir d'un phénomène de diffraction, et que si l'onde suivait la courbure de la Terre c'était pour une autre raison (la surface de l'océan et l'ionosphère, toutes deux conductrices, fonctionnant en guide d'ondes).

Il devint un grand astronome. Son livre, "*Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*", est resté un des grands classiques de la littérature scientifique, et est considéré comme l'acte de naissance de la théorie du chaos. Il devint un grand physicien. Il montra le premier que les transformations de Lorentz forment un groupe, laissa son nom au groupe de Poincaré, et d'aucuns le considèrent comme le véritable père de la théorie de la relativité restreinte. Il rata de peu le prix Nobel de physique en 1910 (au profit de van der Waals) et 1911 (au profit de Wien), et il l'aurait sans doute obtenu sans sa mort prématurée; Einstein lui-même ne l'obtiendra qu'en 1922, non pour la relativité restreinte, mais pour l'analyse quantique de l'effet photoélectrique. Il devint un grand mathématicien. Il découvrit les fonctions fuchsienues, devenues depuis les formes automorphes, et il fonda l'*analysis situs*, devenue depuis la topologie algébrique. Il transforma la théorie des équations différentielles ordinaires: au lieu

de chercher à les résoudre explicitement, il étudia les propriétés qualitatives des solutions, comme la stabilité ou la récurrence, fondant ainsi la théorie des systèmes dynamiques. Il devint un grand philosophe, bénéficiant à la fois de la reconnaissance critique et du succès populaire. Ses livres sur la connaissance scientifique se vendirent à des milliers d'exemplaires, et sont encore édités et étudiés aujourd'hui. Bref, il devint un grand savant³.

Sa mort, en 1912, eut un retentissement national, dont la presse se fit largement l'écho. Le président de la République et le président de la Chambre se firent représenter aux obsèques, le président du Sénat et nombre de ministres étaient présents, et une foule immense, où se mêlaient des personnalités du monde scientifique et culturel, suivirent la bière. L'inhumation fut précédée d'une série de discours prononcés par les représentants des nombreuses institutions qu'il avait présidées ou dont il était membre. En dépit de ce que dirent, et pensèrent, toutes ces éloquents personnalités, ce n'était pas un adieu. L'année même de sa mort, il avait publié un article où il indiquait un problème sur lequel il avait réfléchi, mais qu'il n'avait pu résoudre: on se donne dans le plan un anneau (région comprise entre deux cercles concentriques), et une transformation continue qui préserve l'aire, qui préserve chacun des bords, mais qui fait tourner ceux-ci dans des sens opposés; montrer qu'elle a deux points fixes au moins. Henri indiquait une démonstration magnifique, mais incomplète, et exprimait l'espoir qu'un mathématicien plus jeune réussisse là où il avait échoué. L'année suivante, 1913 George D. Birkhoff publiait une démonstration de ce qui est désormais connu comme le "dernier théorème de Poincaré". Mais l'histoire ne devait pas en rester là. Dans un commentaire des œuvres complètes de Poincaré, Vladimir Arnold conjectura que ce théorème se généralisait en dimension supérieure sous la forme suivante: toute transformation symplectique du tore T^{2n} , homologue à l'identité, possède au moins $2n+1$ points fixes. Ce fut démontré en 1983 par Charlie Conley et Eduard Zehnder. Henri continue donc à inspirer les jeunes générations, et poursuit une existence posthume.

Ceci est bien évidemment un conte de fées: on ne peut guère concevoir un être humain aussi complet et aussi parfait. Et un conte de fées qui finit bien: le héros vit longtemps et a beaucoup de fils et de filles spirituels. Il ne faut pas croire qu'il en est toujours ainsi ! A titre d'exemple, voici un conte de fées qui finit mal. Il était une fois un petit garçon qui s'appelait Évariste. Il eut une scolarité agitée, en dépit de dons évidents pour les mathématiques: dès l'âge de 17 ans, il publia dans les Annales de Mathématiques Pures et Appliquées un article sur les fonctions continues périodiques, et à 18 ans il envoya à l'Académie des Sciences un mémoire sur la résolubilité par radicaux des équations algébriques. Ce mémoire fut perdu par Fourier, qui en était le rapporteur, et le jeune Évariste en conçut une grande amertume. Il fut collé deux fois à l'École Polytechnique, mais fut finalement reçu à l'École Normale Supérieure. Cela ne dura pas longtemps: il en fut expulsé dès l'année suivante pour avoir publié dans la *Gazette des Écoles* un article attaquant l'engagement politique à droite du directeur de l'École. Malheureusement ce directeur avait bien senti le vent, c'est la réaction louis-philipparde qui s'installe, et ce républicain d'Évariste, qui s'était mis en tête de réformer la société au lieu de se consacrer tranquillement à la science, passa le plus clair de l'année suivante en prison ou en maison de santé. Il y trouva les loisirs nécessaires pour faire des mathématiques, pas trop longtemps hélas, car il fut tué en duel à vingt et un ans dans des circonstances mal éclaircies. Il fut inhumé à la fosse commune du cimetière Montparnasse devant un imposant déploiement de police, déployé non pas pour l'honorer, mais pour prévenir une éventuelle émeute. Après sa mort, son génie fut reconnu: c'est le père des mathématiques modernes, le premier qui a compris que la structure prend le pas sur le calcul. Mais cela, il ne le saura jamais. Dans sa dernière lettre, il écrit: « Gardez mon souvenir, puisque le sort ne

3 Je renvoie à l'excellent ouvrage collectif "*L'héritage scientifique de Poincaré*" Charpentier, Ghys, Lesne ed. , chez Belin, pour une analyse précise et moderne de l'oeuvre scientifique d'Henri Poincaré

m'a pas donné assez de vie pour que la patrie sache mon nom. »

Pourquoi certains contes se terminent-ils bien et d'autres mal ? Comme chacun sait, cela dépend des fées qui se sont penchées sur le berceau du nouveau-né. Dans le cas de Poincaré, c'étaient toutes de bonnes fées. Il y avait la bonne fée Gracieuse, de qui il tint son génie scientifique, mais il y avait aussi la bonne fée Troisième République. Celle-ci avait une revanche à prendre sur la vilaine fée Allemagne, et avait décidé d'y mettre les moyens. Pour pouvoir reprendre l'Alsace-Lorraine et effacer l'humiliation de 1870, il fallait construire une puissance industrielle capable de battre militairement l'Empire Allemand. Mais la puissance industrielle suppose aussi une puissance intellectuelle: il faut des ingénieurs capables de diriger les mines et les usines, et des chercheurs capables de développer de nouvelles technologies. D'où l'importance accordée par les gouvernements successifs aux problèmes d'éducation. Il suffit de se promener dans le Quartier Latin pour voir la trace des investissements énormes de la Troisième République dans l'enseignement et la recherche: les bâtiments de la Sorbonne (à l'exception de la chapelle), le lycée Fénelon, l'École des Mines, et tant d'autres, datent tous de cette époque. La considération accordée aux professeurs est à la mesure des efforts consentis. Poincaré en est un illustre exemple, mais Pasteur encore plus, qui terminera grand-croix de la Légion d'Honneur. Pour encourager la jeunesse à s'engager dans certaines voies, la République a besoin de héros à proposer en exemple, et elle n'hésite donc pas à les couvrir d'honneurs, afin de marquer par ces distinctions visibles l'importance qu'elle attache à des exploits trop éloignés de l'expérience commune pour que les non-initiés s'en aperçoivent d'eux-mêmes.

La Troisième République, comme l'Église Catholique, a ses saints. Autour de Poincaré il s'est constitué une véritable hagiographie. Cela commence, comme d'habitude, par les évangiles de l'enfance, où l'on relate les épisodes où le futur saint laisse pressentir sa grandeur future. Lorsque Gaston Darboux, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, prononce l'éloge de Poincaré en séance publique⁴, un an après sa mort, il commence par établir sa généalogie, comme il est d'usage, puis il passe à l'intéressé lui-même, rapporte qu'il parla très tôt, qu'il lisait beaucoup, qu'il se rappelait tout ce qu'il lisait, qu'il fut retardé à l'âge de cinq ans par une diphtérie qui le laissa faible et timide, et qu'il fuyait la compagnie des garçons de son âge dont il redoutait les brutalités. Puis il relate ses exploits en classe de neuvième, raconte qu'il faillit être collé au bac scientifique parce qu'il n'avait pas su sommer une série géométrique, parle longuement des deux oraux de mathématiques qu'il passa au concours de l'École Polytechnique devant un grand public, attiré par sa réputation déjà établie, décrit les réactions émerveillées des examinateurs. De nos jours encore, les étudiants de classe préparatoire se racontent les exploits, réels ou supposés, du thaumaturge, comment il avait résolu analytiquement un problème de géométrie descriptive, mais s'était trompé de sens en reportant la solution sur l'épure, ou comment il avait été reçu malgré une note éliminatoire en gymnastique. Le reste de la carrière de Poincaré confirme les promesses de ses jeunes années, les honneurs et les responsabilités pleuvent sur lui, et la célébrité suit. Le prix du roi Oscar II bénéficie d'une couverture médiatique très importante, et le couronnement de Poincaré est présenté comme un succès majeur de la science française. Sa réputation est internationale: quand il va rendre visite à Mittag-Leffler en Suède en 1908, les journaux consacrent à l'événement plus de 60 articles !

Il a bien fallu un petit coup de pouce de temps en temps. On pardonnait beaucoup de choses à Poincaré, et on effaçait ses erreurs. Dans son éloge, cité ci-dessus, Darboux explique déjà qu'il avait failli être collé au bac à cause des mathématiques: "Il paraît qu'il était arrivé en retard et avait mal compris le sujet. Heureusement, il avait déjà sa petite réputation. « Tout autre élève que lui, dit le Président du jury en proclamant le nom des admissibles, aurait été refusé pour sa composition de Mathématiques »".

4 <http://www.anales.org/archives/x/hpoincar.html>

Quant Mittag-Leffler apprend que le mémoire qui avait gagné le prix du roi Oscar II contenait une erreur, il lui écrit ceci⁵: “ Je ne vous cache point que j'ai été extrêmement perplexe en apprenant hier de M. Phragmén les nouvelles que vous lui avez communiqué[es]. Ce n'est pas que je doute que votre mémoire sera dans tous les cas regardé [comme] un ouvrage de génie par la pluralité des géomètres et qu'il sera le point de départ de tous les efforts qu'on fera dorénavant dans la mécanique céleste. Ne croyez pas donc que je regrette le prix qui a été bien dignement placé. Mais voici le plus grand malheur. Votre dépêche est arrivée trop tard et le mémoire était déjà distribué”. En d'autres termes, le point de vue de Mittag-Leffler est que tout ce qu'écrivit Poincaré est génial par définition, et que le seul problème est que les grincheux qui ne le reconnaîtraient pas d'emblée risquent d'avoir entre les mains de quoi étayer leurs soupçons. Il va donc faire tout ce qu'il est humainement possible de faire pour couvrir Poincaré, en récupérant les exemplaires déjà distribués sous des prétextes fallacieux, et en les détruisant⁶. On ne peut que sympathiser avec ce mauvais coucheur de Weierstrass, qui se permit d'écrire qu'en Allemagne, la coutume était de publier les mémoires couronnés dans l'état même où ils étaient lorsqu'ils avaient été jugés dignes du prix.

Bien sûr, on s'attend en échange à ce que l'intéressé joue le jeu. C'est un jeu complexe de dons et de contre-dons implicites, la République contribuant à la construction de l'image publique du savant, et celui-ci légitimant par son action les valeurs et les institutions de celle-ci. Nul mieux que Poincaré ne sut incarner les valeurs de la Troisième République, et des diverses institutions auxquelles il appartient. Polytechnicien, académicien, membre du Bureau des Longitudes, il accepta toutes les responsabilités qui venaient avec ces titres prestigieux, il alla sur le terrain comme ingénieur des mines, il participa à une multitude de jurys de thèse et de prix, et écrivit les rapports correspondants, il fit les éloges des morts, il fit des discours patriotiques aux étudiants, il travailla dans des commissions très techniques chargées de synchroniser les heures et d'établir la différence de longitude entre Paris et Londres ou New-York, il prit la responsabilité scientifique de l'expédition qui alla sur les traces de la Condamine mesurer l'arc de méridien en Équateur, et on ne compte plus les cours qu'il fit ni les livres qu'il publia.

Le pauvre Galois, par contre, eut moins de chance. La fée Gracieuse était là, mais la fée Carabosse s'était invitée, en la personne de la Restauration: il naquit sous Louis XVIII et il mourut sous Louis-Philippe, période peu propice au développement des sciences, ou même à l'avancement des jeunes gens pauvres. C'est l'époque décrite par Stendhal dans “*Le Rouge et le Noir*”, où Julien Sorel, en dépit de ses qualités, ne trouve aucune issue digne de son ambition. La formule de Guizot, “Enrichissez-vous”, ne résume pas complètement cette époque: pour réussir, il ne fallait pas seulement être riche, il fallait aussi avoir le sang bleu. Tout le reste était valetaille. Pas d'encouragement pour les sciences donc, bien au contraire, pas d'enthousiasme pour les professeurs, encore moins pour les étudiants, soupçonnés d'être républicains, pas de grand projet collectif pour le pays, qui depuis le Congrès de Vienne avait trouvé sa place définitive en Europe. Galois n'avait pas sa place dans le monde de la Sainte-Alliance.

Et si le petit Henri, ou le petit Évariste, naissaient aujourd'hui, quelles fées se pencheraient sur leur berceau ? La fée Gracieuse serait toujours là, certes, mais qui d'autre ? La Troisième République a encore quelques beaux restes: tout notre système éducatif, collèges, lycée, universités et grandes écoles, est celui qu'elle nous a légué, et Poincaré ne s'y sentirait guère dépaysé. Il serait sans doute étonné par le nombre des élèves et des étudiants, et par l'importance prise par les écoles de commerce. Il regretterait la disparition de la Sorbonne, mais il retrouverait l'École Polytechnique avec plaisir. Mais

5 <http://www.univ-nancy2.fr/poincare/chp/hpcochron.xml>. Lettre du 12/04/1889

tout cela est une coquille qui se vide peu à peu. L'état se désintéresse de l'enseignement supérieur et de la recherche, et pousse universités et centres de recherche à trouver leur propre financement. De leur côté professeurs d'université et chercheurs regardent au-delà des frontières de la France: leur références sont internationales. La reconnaissance en mathématiques, c'est la médaille Fields ou le prix Abel, ce n'est plus la Légion d'Honneur ou une place à l'Académie Française. Dans de nombreuses disciplines, en économie par exemple, les carrières deviennent internationales: on prend un poste aux États-Unis, quitte à revenir en Europe si on a atteint une stature suffisante pour avoir une proposition intéressante de la LSE ou d'un établissement analogue, ou au contraire à partir pour Hong-Kong ou la Corée si l'on juge la vie là-bas plus intéressante.

Tout cela est très bon pour le petit Évariste, qui pourra toujours chercher fortune ailleurs si l'Ecole Normale Supérieure l'expulse pour insulte au directeur, mais moins pour le petit Henri, qui se sentira un peu abandonné à lui-même, en bon élève qui ne sait pas trop à quel saint se vouer: la voie n'est plus toute tracée, il ne suffit pas d'impressionner les examinateurs à l'École Polytechnique pour que votre réputation soit faite à New-York ou à Pékin. Dois-je même lui souhaiter de faire de la science ? De nos jours, on a beaucoup plus d'influence, et on gagne beaucoup plus d'argent, en étant dirigeant d'une grande entreprise, comme Total, et il n'est pas sûr que ce soit plus difficile que d'être professeur au Collège de France. Et si le petit Henri fait de la science, doit-il faire des mathématiques ?

Poincaré a vécu à une époque où la science avait atteint une certaine maturité. Les industries principales étaient les industries mécaniques de la révolution industrielle, et la physique était basée sur la mécanique classique. Il se situe dans la continuité de Galilée et de Newton, et les travaux des grands mathématiciens du dix-huitième et du dix-neuvième siècle, Euler, Lagrange, Jacobi, Hamilton, sont toujours d'actualité. Il meurt au moment d'une rupture épistémologique: la mécanique quantique supplante la mécanique classique, l'univers relativiste supplante l'univers galiléen. Au siècle suivant, les sciences du vivant et les sciences sociales supplanteront les sciences physiques: la grande révolution scientifique du vingtième siècle est sans conteste la découverte de la double hélice et des mécanismes de l'hérédité. À toutes ces transformations, il faut ajouter l'apparition d'outils entièrement nouveaux, l'informatique et l'internet, qui nous annoncent peut-être une révolution épistémologique analogue à celle dont Poincaré a vu l'aube. Non, décidément je n'ai pas de conseil à donner au petit Henri. Bonne chance, mon gars !