

Liste des notions

(une partie des notions seront traitées en cours, mais même celles qui ne seront pas traitées seront exigibles. Les éléments en gras sont potentiellement des nouveautés et feront nécessairement partie des éléments traités en cours)

1. Logique, raisonnements, ensembles

- (a) Implication/équivalence, négation, contraposée, raisonnement par double implication, par équivalence, par l'absurde, rédaction par Analyse/Synthèse, preuve d'unicité.
- (b) Raisonnement par récurrence simple, double, forte.
- (c) Variable muette. Introduction de variables (par Soit, Posons, Il existe), quantificateurs.
- (d) Elements de théorie des ensembles, injection/surjection/bijection, **dénombrabilité, relation d'équivalence, ensemble quotient.**

2. Espaces métriques, analyse réelle

- (a) Analyse des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , continuité, théorème de Rolle, des valeurs intermédiaires, étude de l'injectivité/surjectivité des fonctions continues, dérivabilité, étude des variations d'une fonction, étude des fonctions classiques (exponentielle/logarithme, puissance, trigonométrie).
- (b) **Espace métrique**, topologie (ouvert, fermé, intérieur, adhérence), espace vectoriel normé, compacité, théorème de Bolzano Weierstrass,
- (c) Limite de suites, **limsup, liminf**, limites pour les fonctions, continuité, uniforme continuité, application lipschitzienne.
- (d) Suite de Cauchy, **complétude**, exemple de \mathbb{R}^n et $C^0(K)$ où K est un compact de \mathbb{R}^n , **théorème de point fixe.**
- (e) Séries réelles : convergence absolue, théorèmes de comparaison, exemple des séries de Riemann, critère spécial des séries alternées.
- (f) Suites et séries de fonctions : convergence simple, uniforme, théorème d'interversion de limites, d'interversion limite/intégrale, d'interversion limite/dérivée, convergence normale d'une série. Etude des séries entières.

3. Algèbre linéaire

- (a) Espace vectoriel, s.e.v., somme d'espaces vectoriels, application linéaire.
- (b) Famille libre, génératrice (**également pour des familles infinies**), base, dimension (finie) d'un espace vectoriel.
- (c) Caractérisation d'une application linéaire sur les éléments d'une base, représentation matricielle d'une famille de vecteurs ou d'une application linéaire, formules de changement de base.
- (d) Déterminant (**différentes définitions**), formule de Cramer.
- (e) Réduction d'endomorphisme : valeur propre, vecteur propre, espace propre d'un endomorphisme, d'une matrice. Polynôme caractéristique, **multiplicité algébrique et multiplicité géométrique.** Théorème de trigonalisation.
- (f) **Polynôme d'endomorphisme, notion de polynôme annulateur, théorème de décomposition des noyaux**, caractérisations de la diagonalisabilité, **notion de polynôme minimal**, théorème de Cayley-Hamilton.
- (g) Algèbre bilinéaire, notion de produit scalaire, exemples classiques, base orthonormée, procédé d'orthonormalisation de Schmidt, endomorphisme/matrice orthogonal(e), forme bilinéaire, forme quadratique, représentation matricielle de forme quadratique, théorème de diagonalisation des matrices symétriques.