

FONCTION ACTUELLE

Depuis Septembre 2009, je suis Maître de conférence à l'Université Paris-Dauphine à Paris (France)

Université Paris-Dauphine

Laboratoire : CEREMADE

Place du maréchal de Lattre de Tassigny

75775 Paris Cédex 16

FRANCE

Adresse Personnelle : 51 rue Notre Dame de Nazareth, 75003 PARIS, FRANCE.

Téléphone : +33 6 75 25 31 80.

Mail : jimmy.lamboleym@ceremade.dauphine.fr

Page personnelle : <http://www.ceremade.dauphine.fr/~lamboleym/>

CURSUS

- 2012– Bénéficiaire de la PES, prime d'excellence scientifique
- 2009– Maître de conférence à l'université Paris-Dauphine
- 2009 semestre en échange à l'ENS de Pise, invitation de G. Buttazzo et L. Ambrosio
- 2005–2008 préparation d'un **doctorat de mathématiques** sous la direction de Michel PIERRE, à l'ENS Cachan antenne de Bretagne, dans le laboratoire IRMAR de l'université de Rennes 1,

Sujet : *Variations autour de formes irrégulières et optimales.*

J'ai soutenu ma thèse le 5 décembre 2008, devant le jury composé de : A. Henrot (Président), D. Bucur (rapporteur), P. Freitas (rapporteur), P. Cardaliaguet, F. Gazzola, M. Pierre (directeur)

- 2004–2005 **Master 2 de recherche en mathématiques**, Université de Rennes 1, spécialité analyse et applications, *mention très bien*, rang 1
Agrégation externe de mathématiques, rang 20.

- 2002–2006 Élève à l'**École Normale Supérieure de Cachan**, antenne de Bretagne.
Magistère de mathématiques, Université de Rennes 1, *mention très bien*,

RESPONSABILITÉS

- Travaux de rapporteur pour les revues : Annales de l'IHP, Analyse non linéaire ; ESAIM COCV ; Archivum Mathematicum ; Electronic Journal of Differential Equations ; Optimization Methods and Software
- Commissions de spécialistes : pour le poste Chaire CNRS Analyse ou Probabilités aux Mines de Nancy/IECN en 2011, et pour le poste MCF Analyse à l'université Paris-Dauphine en 2012.
- Responsable scientifique et technique du partenaire CEREMADE dans la demande de financement ANR OPTIFORM soumis en 2012.

Activités de recherche

THÈME DE RECHERCHE :

- Optimisation de forme ; écriture et utilisation des conditions d'optimalité pour récupérer des informations sur les domaines optimaux
- Calcul de Variations : Gestion de la contrainte de convexité (ou plus généralement des contraintes globales) sur l'espace des fonctions/domaines admissibles
- Régularité de frontières libres
- Géométrie analytique
- Géométrie convexe

PUBLICATIONS

- [1] LAMBOLEY J., PIERRE M., *Structure of shape derivatives around irregular domains and applications*, Journal of Convex Analysis 14 (2007), No. 4, 807–822
- [2] FRAGALÀ I., GAZZOLA F., LAMBOLEY J., PIERRE M., *Counterexamples to Symmetry for Partially Overdetermined Elliptic Problems*, Analysis (Munich) 29 (2009), no. 1, 85–93
- [3] BRIANÇON T., LAMBOLEY J., *Regularity of the optimal shapes for the first eigenvalue with volume and inclusion constraints*, Annales de l'IHP, Analyse non linéaire, **26** (2009), no. 4, 1149–1163
- [4] LAMBOLEY J., NOVRUZI A., *Polygon as optimal shapes with convexity constraint*, SIAM Control and Optimization, **48** (2009/10), no. 5, 3003–3025
- [5] LAMBOLEY J. *About Hölder-regularity of the optimal convex shape for λ_2* , Applicable Analysis, **90** (2011), no. 2, 263–278
- [6] BUCUR D., FRAGALÀ I., LAMBOLEY J., *Optimal convex shapes for concave functionals*, ESAIM Control and Optimization
- [7] LAMBOLEY J., NOVRUZI A., PIERRE M. *Regularity and singularities of Optimal convex shapes in the plane*, soumis
- [8] FRAGALÀ I., GAZZOLA F., LAMBOLEY J. *Sharp bounds for the p -torsion of convex planar domains*, soumis
- [9] HARRELL E., HENROT A., LAMBOLEY J. *About local minimizers of the Mahler functional*, preprint
- [10] LAMBOLEY J., SICBALDI P. *Existence and regularity of Faber-Krahn minimizers in a Riemannian manifold*, en préparation
- [11] A. HENROT, LAMBOLEY J., PRIVAT Y. *Shape optimization under diameter constraint*, en préparation

PUBLICATIONS LES PLUS SIGNIFICATIVES :

[4] : dans ce papier, nous écrivons des conditions d'optimalité (d'ordre 1 et d'ordre 2) pour l'optimisation de forme sous contrainte de convexité, en dimension 2. Nous en tirons des conséquences en identifiant une classe de problèmes géométriques menant à des formes optimales singulières (polygonales). Ces résultats ont déjà eu des utilisations dans des papiers récents, voir les travaux d'A. Henrot et collaborateurs.

[7] : ce papier, le plus abouti, clarifie en profondeur le cas de l'optimisation de forme sous contrainte de convexité dans le plan. Contrairement à [4], nous traitons des fonctionnelles de forme générales, et nos exemples font intervenir à la fois des fonctions géométriques et des fonctions de type EDP. Notamment, nous obtenons un résultat de régularité qui utilise la condition d'optimalité obtenue dans le papier [4], et nous montrons des estimations de dérivées secondes de forme, qui ont probablement des applications en marge de l'objectif de notre papier.

[5] : ici, nous réfutons la régularité conjecturée par A. Henrot et E. Oudet (voir Henrot, A. - Oudet, E., *Minimizing the second eigenvalue of the Laplace operator with Dirichlet boundary conditions*, Arch. Ration. Mech. Anal. 2003) dans l'étude de la forme convexe du plan qui minimise λ_2 (sous contrainte d'aire). Nous

prouvons que cette forme optimale est exactement $C^{1,1/2}$ et pas mieux (on s'attendait à la régularité $C^{1,1}$ qui est celle obtenue dans les problèmes isopérimétriques), ce qui établit un lien avec des résultats de Caffarelli sur la régularité du problème de l'obstacle.

[3] : ce travail reprend les outils de Caffarelli pour l'étude de la régularité des frontières libres. Nous montrons un résultat de régularité sur les minimiseurs de la première valeur propre du Laplacien (avec contrainte de volume et d'inclusion, de sorte que la boule ne soit pas solution). Ces résultats sont réputés difficiles, vu que la forme optimale obtenue par théorème d'existence est a priori très singulière, en particulier on ne sait pas au départ qu'il s'agit localement d'un graphe, ni même d'un ouvert.

[6] : nous prenons ici un point de vue abstrait de la géométrie convexe, qui permet de retrouver avec peu d'effort certaines inégalités isopérimétriques déjà connues, et d'autres a priori nouvelles. Nous concluons avec un résultat très général sur la singularité de minimiseurs sous contrainte de convexité, en toute dimension cette fois ; ceci généralise une situation observée dans l'étude du problème de Newton (voir les travaux de T. Lachand-Robert et collaborateurs).

SÉJOURS LONGS À L'ÉTRANGER

- Séjour à **Ottawa (Canada)**, du 02 avril au 10 mai 2008 pour une collaboration avec A. Novruzi.
- Séjour à **Pise (Italie)**, du 15 février à début juillet 2009, invitation de L. Ambrosio et G. Buttazzo.
- Visite à **Milano (Italie)**, en février et en décembre 2011 pour une collaboration avec F. Gazzola et I. Fragalà.
- Séjour à **Ottawa (Canada)**, en juin 2011 pour une collaboration avec A. Novruzi.
- Visite à **Atlanta Georgia Tech (US)**, en juillet 2011 pour une collaboration avec E. Harrell.

INVITATIONS, SÉMINAIRES, CONFÉRENCES

- **Milano (Italie)**, invitation de F. Gazzola et I. Fragalà ; **Atlanta Georgia Tech (US)**, invitation d'E. Harrell ; **Köln (Allemagne)**, invitation de B. Kawohl ; **Naples (Italie)**, invitation de N. Fusco ; **SNS Pisa (Italie)**, invitation de L. Ambrosio ; **Marrakech (Maroc)**, invitation de N. Alaa
- En France : séminaires à Lyon, Dauphine, Paris 6, Orsay, Marseille, Pau, Tours, Chambéry, Nancy, Nantes, Brest, Rennes...
- Communication aux conférences **Geometrical Analysis 2011** à Grenade (Espagne), **CVA 2008** à Lisbonne, **FBP 2008** à Stockholm, SMAI 2007...

THÈSE (2005-2008) :

Ma thèse s'inscrit dans le domaine des mathématiques appelé **Optimisation de forme**. Plus spécifiquement, on s'est attaché aux difficultés liées à l'écriture des conditions d'optimalité, et à leurs utilisations. Les deux obstacles majeurs qui ont été analysés sont les suivants :

- gérer des formes dont on ne connaît pas a priori la **régularité**,
- gérer des **contraintes géométriques fortes**, c'est-à-dire qui ne permettent que très peu de variations pour écrire l'optimalité (par exemple la **convexité**).

Les résultats obtenus sont décrits dans les quatre chapitres de cette thèse :

- le premier vise à établir un cadre de différentiation de forme valable pour des formes presque sans régularité a priori,
- le chapitre 2 s'attache à l'analyse des conditions d'optimalité sous contrainte de convexité, en dimension 2, et leurs applications à une classe de problèmes où les formes optimales sont nécessairement des polygones,
- le troisième chapitre se focalise sur deux problèmes classiques de l'optimisation de forme des valeurs propres du laplacien, qui montrent bien les deux types de difficultés évoquées ci-dessus. On y démontre des résultats de régularité, et aussi de non-régularité, des formes optimales pour ces problèmes ; on obtient des limites de régularité en $C^{1,\frac{1}{2}}$ qui sont nouvelles et optimales,

- le dernier chapitre est motivé par la question des problèmes elliptiques partiellement surdéterminés, et on construit des contre-exemples liés à l’optimisation de forme.

Ces résultats ont donné lieu aux articles [1, 2, 3, 4, 5].

ACTIVITÉS DE RECHERCHE (2009-2011)

Depuis ma thèse, la majorité de mes recherches ont concerné la contrainte de convexité en optimisation de forme, c’est à dire analyser les formes optimales d’un problème s’écrivant :

$$\min \left\{ J(\Omega) / \Omega \text{ convexe } \subset \mathbb{R}^d \right\}.$$

Dans ma thèse (chapitre 2, voir [4]), nous nous étions concentré uniquement sur des fonctions de type géométrique dans le cas planaire, qui amenaient à des formes optimales irrégulières. Deux avancées majeures ont été effectuées (en collaboration avec les membres participants à l’ANR GAOS (2009-2012) dont la contrainte de convexité constitue un des objectifs : D. Bucur, A. Henrot, E. Harrell, I. Fragalà, M. Pierre, G. Carlier, W. Gangbo) :

- dans le cas planaire, nous avons clairement identifié deux situations : sous une certaine hypothèse de convexité de la fonctionnelle à minimiser, nous avons un résultat (optimal) de régularité. Sous une hypothèse de concavité, nous montrons que la forme optimale est polygonale. Dans les deux cas, nous sommes en mesure de traiter des fonctions de forme faisant intervenir des EDP (ce qui nécessite une évaluation très fine de leur dérivée seconde de forme). Néanmoins, la présence dans la fonctionnelle d’un terme de type géométrique (par exemple le périmètre) est encore nécessaire.
- dans le cas multi-dimensionnel, nous avons approfondi les liens avec les inégalités de type Brunn-Minkowski, ainsi que le lien avec d’autres structure de somme des ensembles convexes, par exemple la somme dite de Blaschke. Dans des cas assez précis, ces inégalités peuvent donner de l’information sur l’optimalité. Dans des cas plus généraux (motivés par exemple par une conjecture de Polyà-Szegő concernant la minimisation de la capacité électrostatique de $\mathbb{R}^3$ sous contrainte surfacique), nous avons des résultats partiels de saturation de la contrainte de convexité, à savoir que la courbure de Gauss d’un optimum doit s’annuler partout où elle est définie.

Ces résultats ont donné lieu aux publications [6, 7].

Pour autre contribution, j’ai obtenu des résultats isopérimétriques sur la torsion de domaines plans convexes, en collaboration avec I. Fragalà et F. Gazzola. Ces résultats ont des conséquences intéressantes sur la conjecture classique qui suggère que le polygone régulier maximise la torsion parmi les domaines plans polygonaux dont l’aire et le nombre de côtés sont donnés, voir [8].

J’ai aussi entamé avec Y. Privat et A. Henrot l’analyse systématique de la contrainte de diamètre en optimisation de forme ; il s’agit d’une autre contrainte géométrique difficile à prendre en compte dans l’analyse, mais qui a une importance fondamentale dans certains problèmes : parmi eux, on peut citer la récente preuve de la “fundamental gap conjecture” par Clutterbuck J. et Andrews B., et la conjecture encore ouverte de Meisner, sur la minimisation du volume parmi les corps de largeur constante.

PROJETS DE RECHERCHE (2012)

En perspective naturelle de mes résultats en optimisation de forme sous contrainte de convexité, se posent naturellement deux questions ouvertes que j’aimerais aborder :

- dans le cas planaire, il serait intéressant de savoir analyser la situation de la minimisation d’une fonctionnelle sans présence d’un terme de type géométrique. Pour se représenter la question, on peut traiter l’exemple générique suivant : que dire d’une forme qui maximise λ_1 (première valeur propre du Laplacien-Dirichlet) parmi les formes plans convexes d’aire donnée, et incluse dans une boîte fixe, disons un carré pour fixer les choses. Dans le cas où λ_1 est remplacé par le périmètre, nos travaux précédents apportent des éléments de réponse sur la nature géométrique des optima (qui ont été complétés par un travail de A. Henrot et C. Bianchini) et fait référence à un problème d’isopérimétrie inverse. Dans le cas présent, on pose la même question pour obtenir des inégalités de type Faber-Krahn inverse, qui sont inconnues à ma connaissance.
- dans le cas multi-dimensionnel, on peut citer deux perspectives : identifier une classe de problème d’optimisation de forme sous contrainte de convexité qui mènent à des formes “nulle part strictement

convexe". Cette propriété serait une version faible (sans hypothèse de régularité) de la propriété sus-citée qui fait intervenir la courbure de Gauss (voir [6]). Notamment cette étape a été accomplie dans le cas particulier du problème de résistance minimale de Newton (voir les travaux de T. Lachand-Robert et co-auteurs). Il me semble qu'on peut identifier une classe très large de problèmes menant à cette propriété. Pour aller plus loin, on cherche à identifier des problèmes qui mènent à des formes optimales polyédrales. Ici, le cas du problème de Newton est exclu pour des raisons de conditions de bord. Mais par exemple dans les cas de la conjecture de Mahler (voir plus loin) ou de la conjecture de Polyà-Szegö, cette perspective semble raisonnable, et dans le cas de la conjecture de Polyà-Szegö, fournirait un grand pas en avant vers la conjecture.

En marge de ces thématiques que j'ai déjà abordées, j'ai pour projet d'élargir mes axes de recherche dans deux directions principales : la géométrie convexe, et l'analyse géométrique. L'objectif est d'apporter le point de vue de l'optimisation de forme et du calcul de variations à des problèmes issus de ces deux thématiques.

- Plus précisément, la question de l'optimisation de forme parmi les corps convexes est naturellement liée aux inégalités de type Brunn-Minkowski. Dans un certain sens, on peut comprendre certains de mes résultats comme des versions locales de ces inégalités, et leurs utilisations. Ceci est valable pour des fonctionnelles variées, incluant à la fois des fonctions géométriques de type périmètre, et des fonctions liées à des EDP. Les preuves sont profondément liées aux inégalités de type Poincaré, vues comme des conditions d'optimalité de second ordre.

Un exemple intéressant auquel j'ai commencé à m'intéresser est lié à la célèbre conjecture de Mahler, qui s'intéresse aux minimiseurs du volume de Mahler $|K||K^\circ|$ parmi les corps convexes symétriques $K \subset \mathbb{R}^n$. Avec A. Henrot et E. Harrell, nous sommes parvenu à utiliser une formulation du problème nous permettant de retrouver des résultats récents de Reisner, Schuett and Werner (voir le preprint [9]). En utilisant de nouvelles formulations, nous parvenons à établir un lien entre l'optimalité pour la fonction de Mahler et une équation de type Monge-Ampère exprimée en terme de transport optimal. Ceci permettrait d'améliorer significativement les résultats sus-cités. Ce travail est en cours avec G. Carlier et W. Gangbo.

- A propos de l'analyse géométrique, j'ai commencé à étudier le profil Faber-Krahn d'une variété. Il s'agit de l'équivalent du classique profil isopérimétrique, où la première valeur propre de l'opérateur de Laplace-Beltrami remplace le périmètre. Très peu de résultats sont connus, alors qu'il semble prometteur qu'une telle étude ait des applications en géométrie différentielle et en théorie spectrale. On commence par la question d'existence et de régularité des minimiseurs, qui est connu comme un résultat fondamental et difficile pour le problème isopérimétrique. On espère montrer un résultat d'existence dans le cas des variétés compactes, et un résultat de régularité complète dans le cas des variétés de dimension 2 et 3. Ce travail est en cours avec P. Sicbaldi, voir [10].

Activités d'enseignement

ENSEIGNEMENT

Volumes horaire équivalent TD :

2011-2012 : 160h, 2010-2011 : 106h, 2009-2010 : 154h, 2008-2009 : 64h, 2007-2008 : 64h, 2006-2007 : 64h.

- 2011-2012 Enseignement à Tunis-Dauphine : responsabilité du **cours** "Calcul différentiel et optimisation" pour le groupe d'étudiants de Tunis-Dauphine (30h de cours-TD sur le site de Tunis, organisation des examens...)
- 2009-2012 Enseignement à Dauphine :
- Niveau L3 (Mathématiques de la décision) : **Cours** et TD d'"introduction à l'Analyse Fonctionnelle et la Transformée de Fourier", TD de "Calcul Différentiel et Optimisation", TD de "Systèmes différentiels".
 - Niveau M1 (Mathématiques de la décision option Mathématiques approfondies) : TD de "Contrôle des Chaines de Markov".
 - Cours-TD de prérentrée en Degead 1ère année.
- 2005-2009 Monitorat à l'ENS Cachan antenne de Bretagne :
- Niveau L3 : TD d'"Intégration et probabilités",
 - Niveau M1 : Compléments d'"analyse fonctionnelle", Compléments de "distributions", TD d'"Analyse numérique des EDP"
 - Niveau Agrégation : Encadrement de "leçon d'agrégation", Complément de cours sur la "Transformation de Fourier", "Oraux blancs"
- 2005-2006
- Colles de mathématiques en classe préparatoire MPSI au lycée Chateaubriand, Rennes (35), pour M. Fleury.
 - Vacations à l'ENS Cachan Antenne de Bretagne.

EXPOSÉS DE VULGARISATION SCIENTIFIQUE

- 2008 Exposé aux champs libres (lieu d'exposition et de conférence de la ville de Rennes) pour expliquer mon sujet de recherche à des élèves de 1ère S, exposition d'un poster pour une communication plus directe avec les élèves
- 2007 Exposé au "Breizh séminaire des thésards de mathématiques" de l'université de Brest
- 2005 Exposé sur l'optimisation de forme, dans le cadre du séminaire Binet destiné aux doctorants et étudiants de Master en mathématiques, à l'université de Rennes

LANGUES ET COMPÉTENCES INFORMATIQUES

- ▷ **Anglais** : Lu, écrit, parlé.
- ▷ **Programmation** : C/C++, Fortran 77, Caml. **Calcul scientifique** : Matlab/Scilab, R, Maple.
Utilisation des logiciels éléments finis FreeFem++ et Comsol.