Université Paris-Dauphine Année 2008-2009
UFR MIDO-M1

Examen de rattrapage - Traitement numérique du signal - 2009

Les documents et calculatrices sont autorisés. La qualité de la rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1.(Filtres)
En utilisant les symboles élémentaires de retard et de multiplication

z^{-1}	$\times a$
$f(n) \mapsto f(n-1)$	$f(n) \mapsto af(n)$.

faire un schéma bloc pour chacun des filtres suivant (on utilisera les trois petits points ... lorsque certains éléments se répètent) et indiquer leurs fonctions de transfert :

1. $g(n) = \sum_{k=0}^{M} f(n-k)$.
2. $g(n) + \sum_{k=1}^{N} a_k g(n-k) = f(n)$.
3. $g(n) + \sum_{k=1}^{N} a_k g(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k f(n-k)$

Exercice 2.(Transmission d'un signal)
On dispose d'un canal de transmission dont le débit est de 36 000 bits/s pour transmettre un son.

1. Sachant que la fréquence maximale contenue dans le son que l'on souhaite transmettre est $F_{max} = 3.2kHz$, proposer une valeur pour la fréquence d'échantillonnage F_e.
2. Pour cette fréquence et ce canal, sur combien de bit peut-on quantifier le signal ?
3. Avec ce nombre de bit, sur combien de valeurs sera quantifié le signal ?

Exercice 3.(Convolution)
On se donne deux signaux discrets x et y périodiques de période M. On définit les transformées de Fourier $\widehat{x}$, $\widehat{y}$ de x et y et la convolution discrète $x \star y$ de x et y par les formules :

$$\begin{aligned}
\widehat{x}(n) &= \sum_{k=0}^{M-1} x_k e^{-i2\pi \frac{kn}{M}} \\
\widehat{y}(n) &= \sum_{k=0}^{M-1} y_k e^{-i2\pi \frac{kn}{M}} \\
x \star y(n) &= \sum_{k=0}^{M-1} x(n-k) y(k).
\end{aligned}$$

1. Quel est le nombre de multiplications de l'implémentation directe du calcul de $x \star y$?
2. Montrer que pour $k = 0, ..., M-1$, $\widehat{x \star y}(k) = \widehat{x}(k) \times \widehat{y}(k)$.
3. Expliquer comment la question précédente et l'usage de la FFT permettent de réduire ce coût. Préciser le coût résultant.

Exercice 4.(Réponse d'un filtre)

On considère le signal discret $x(n) = \{1, 0, 1, -1, -1, 1, 2, 1\}$. Ce signal est filtré par un filtre de réponse impulsionnelle finie $h(n) = \{1, 2, 3, 4\}$. Déterminer la sortie du système $y(n)$.

Exercice 5.(Propriétés des codes de Huffman)
On considère un code de Huffman permettant de coder N symboles. Soit a le symbole de plus grande probabilité p et ℓ la taille du code de a.

1. Montrer que si $p < 1/3$, alors $\ell \geqslant 2$.
2. Montrer que si $p > \frac{2}{5}$, alors $\ell = 1$.