Méthodes de Monte-Carlo en Finance.
TP 2

22 janvier 2009

Ce T.P. a pour but d'implémenter les méthodes de Monte-Carlo et de faire quelques premiers essais sur des modèles en finance.

Exercice 1 : Calcul intégral approché
On compare la méthode de calcul approchée d'intégrale de Monte-Carlo à la méthode des rectangles à gauche.

1. Implémenter les deux méthodes pour calculer :

$$\int_0^1 e^x dx.$$

2. Comparer l'efficacité des deux méthodes en tracant les courbes d'erreurs. Que retrouve-t-on concernant la méthode de Monte-carlo ?

Exercice 2 : Calcul d'un Call
On considère une équation de Black-Scholes :

$$dS_t = rS_t dt + S_t \sigma dW_t,$$

où les paramètres sont donnés par :

$$\begin{aligned} r &= 0,05 \\ \sigma &= 0,2 \end{aligned}$$

en partant de la condition intiale $S_0 = 100$.

1. A l'aide de la méthode de Box-Müller, calculer un brownien en un temps fixé t.
2. En déduire une estimation du Call :

$$e^{-rt}\mathbb{E}[(S-K)_+],$$

   avec $K = 100$, et comparer avec la formule théorique :

$$C = \frac{1}{2}S_0(1 + erf(d_1/\sqrt{2})) - \frac{1}{2}K\exp(-rt)(1 + erf(d_2/\sqrt{2})),$$

   où :

$$\begin{aligned} d_1 &= \tfrac{\log(S_0/K)+(r+\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{(t)}} \\ d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{t}. \end{aligned}$$

3. Calculer numériquement la dérivée du Call par rapport à sa condition intiale.
4. Implémenter la méthode de la réduction de variance par variables antithétiques.
5. En calculant les intervalles de confiances à 95%, vérifier qu'elle améliore effectivement le résultats numériques.