Université Paris Dauphine,
L3, Année 2011-2012
G. Vigeral

Théorie des Jeux

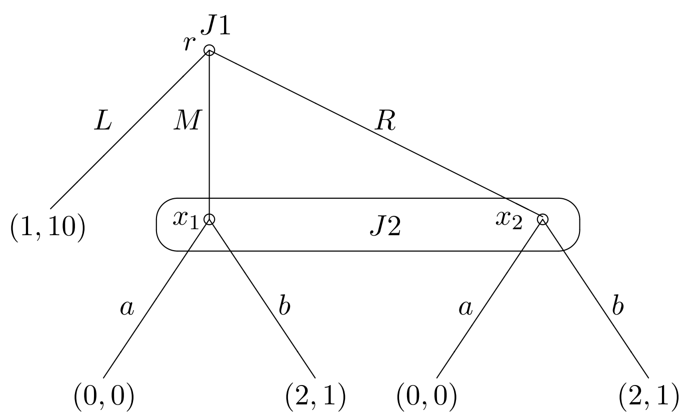
Feuille d'exercices 8 : Jeux à information imparfaite : Équilibres sous jeux parfaits et Bayésiens parfaits.

1. On considère l'interaction suivante entre un étudiant et une entreprise. L'étudiant est soit sérieux soit fainéant avec probabilité $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ respectivement. L'étudiant sait s'il est sérieux ou non, l'entreprise ne le sait pas. Dans un premier temps l'étudiant décide de réviser (pour avoir une bonne note à ses examens) ou non. Réviser à un coût de 1 pour un élève sérieux et de 3 pour un élève fainéant. L'entreprise voit le résultat de l'élève à l'examen (c'est à dire voit s'il a fait l'effort de révision ou non), et propose en fonction de cela un salaire de 3 (élevé) ou de 1 (faible). L'élève prend connaissance du salaire proposé, il peut ensuite soit accepter (et gagner le salaire) soit refuser (et gagner 0). Il perd également l'effort de révision s'il a travaillé. Le gain de l'entreprise est égal à la productivité de l'étudiant (4 s'il est sérieux, 2 sinon) moins le salaire si l'étudiant accepte la proposition, et de 0 sinon.

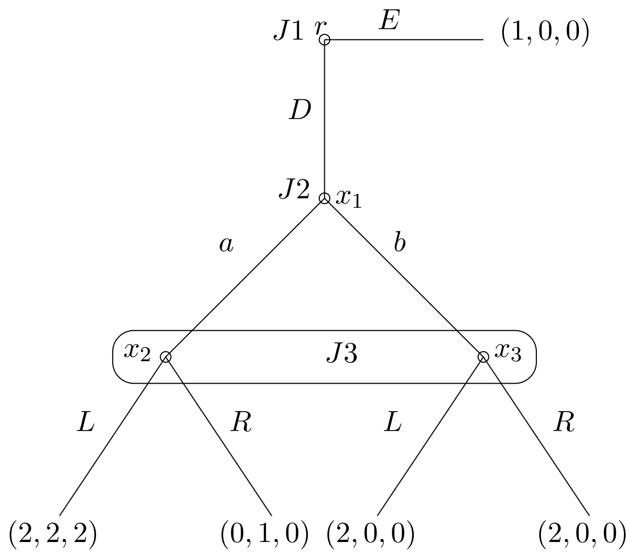
1. Représenter le jeu sous forme extensive.
2. Montrer que le jeu a un unique équilibre Bayésien parfait dont on donnera le paiement.
3. Trouver un autre équilibre de Nash en stratégies pures, plus favorable à l'étudiant.

2. Calculer les équilibres de Nash, équilibres sous-jeux parfaits et bayésiens parfaits des jeux sous forme extensive suivants :

Jeu 1



Jeu 2



3. A) Un vendeur (joueur 1) négocie la vente d'une voiture à un acheteur (joueur 2). La voiture en question peut être en bon état (type B) ou en mauvais état (type M). Le vendeur, garagiste, connaît le type de la voiture, alors que l'acheteur a une croyance équiprobable sur les deux types possibles. La valuation du vendeur pour une voiture en bon état est $v_1^B = 16$ (par exemple, en milliers d'Euros), et pour une voiture en mauvais état sa valuation est $v_1^M = 6$. Pour l'acheteur, les valuations sont $v_2^B = 24$ et $v_2^M = 14$. Le vendeur doit proposer un prix de vente Pv égal à 10 ou 20, et l'annoncer à l'acheteur. Celui-ci décide ensuite entre refuser la transaction (et alors les paiements des deux joueurs sont nuls), ou acheter la voiture au prix Pv annoncé par le vendeur (et alors le paiement du vendeur est le prix moins sa valuation, et le paiement de l'acheteur est sa valuation moins le prix).

1. Mettre ce jeu sous forme extensive, puis sous forme normale.
2. Donner les équilibres de Nash en stratégies pures.

B)On modifie le jeu du A) de la façon suivante. Le vendeur peut, en même temps que son prix de vente, proposer d'inclure une garantie dans la transaction. Il a donc 4 offres possibles : 20_G (prix de 20 et garantie), 20 (prix de 20 sans garantie), 10_G (prix de 10 avec garantie), 10 (prix de 10 sans garantie). L'acheteur a ensuite le choix entre accepter l'offre du vendeur ou non. Quand il y a transaction avec garantie, l'acheteur paye en plus du prix la somme de 2 au vendeur pour la garantie, mais ensuite si la voiture a un problème mécanique dans l'année le vendeur devra lui redonner la somme de 13. Pour simplifier, on suppose qu'une voiture en bon état n'aura pas de problème dans l'année, alors qu'une voiture en mauvais état en aura forcément un. On note $\sigma_1 = (20_G^B; 10^M)$ la stratégie pure du vendeur consistant à proposer 20G si la voiture est de bonne qualité, et 10 si elle est de mauvaise qualité. On note $\sigma_2 = (R_{20}; A_{10}; A20_G; A10_G)$ la stratégie pure de l'acheteur consistant à refuser l'offre de 20 et à accepter toutes les autres.

1. Montrer que (σ_1, σ_2) est un équilibre de Nash.
2. Est-ce un équilibre Bayésien parfait ?
3. Calculer tous les équilibres Bayésien parfaits (en stratégies de comportement) du jeu.