Rectificatif important et complément pour les TD 1 à 4

1) Rectificatif

Il semble que dans la formule donnant les racines nièmes d'un nombre complexe, j'ai oublié le terme

$$e^{\frac{i\theta}{n}}$$

La formule exacte est la suivante : soit n un entier non nul. Soit z un nombre complexe non nul. Soit θ un argument de z . Pour tout entier relatif k , notons

$$\omega_k = e^{\frac{i2k\pi}{n}}$$

On a

$$\{z' \in \mathbb{C}, (z')^n = z\} = \{|z|^{1/n} e^{\frac{i\theta}{n}} \omega_k, k \in \{0, 1, \dots, n-1\}\}$$

Ce qu'on peut écrire aussi :

$$\{z' \in \mathbb{C}, (z')^n = z\} = \{|z|^{1/n} e^{\frac{i(\theta+2k\pi)}{n}}, k \in \{0, 1, \dots, n-1\}\}$$

2) Complément

On a $\omega_0 = \omega_n = 1$. Il s'ensuit que dans la formule précédente, on peut faire varier l'indice k de 1 à n au lieu de le faire varier de 0 à $n-1$. On a donc aussi :

$$\{z' \in \mathbb{C}, (z')^n = z\} = \{|z|^{1/n} e^{\frac{i\theta}{n}} \omega_k, k \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{|z|^{1/n} e^{\frac{i(\theta+2k\pi)}{n}}, k \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

En fait, pour tout entier relatif k on a : pour tout entier relatif q , $\omega_{nq+k} = \omega_k$. Il s'ensuit que dans la formule précédente, si au lieu de faire varier l'indice k entre 0 et $n-1$, ou entre 1 et n , on le fait varier entre n'importe quel entier et cet entier plus $n-1$, la formule est toujours valable.